

UNIVERZITET CRNE GORE
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET PODGORICA



Tanja Rogač

**Primjena vremensko-frekvencijskih transformacija na
hidrometeorološke podatke sa sliva rijeka Neretve i Trebišnjice**

- MAGISTARSKI RAD -

Podgorica, 2017.

PODACI I INFORMACIJE O MAGISTRANTU

Ime i prezime: Tanja Rogač

Datum i mjesto rođenja: 07.01.1985. Trebinje, Bosna i Hercegovina

Prethodno završene studije:

Osnovne studije: Elektrotehnički fakultet Podgorica, Univerzitet Crne Gore, Elektronika, telekomunikacije i računari, 180 ECTS kredita, 2007.,

Specijalističke studije: Elektrotehnički fakultet Podgorica, Univerzitet Crne Gore, Računari, 60 ECTS kredita, 2008.,

INFORMACIJE O MAGISTARSKOM RADU

Elektrotehnički fakultet

Studijski program: Akademске magistarske studije, studijski program: Elektronika, telekomunikacije i računari

Naslov rada: Primjena vremensko-frekvencijskih transformacija na hidrometeorološke podatke sa sliva rijeka Neretve i Trebišnjice

Mentor: Prof. dr Miloš Daković

UDK, OCJENA I ODBRANA MAGISTARSKOG RADA

Datum prijave magistarskog rada: 8.7.2016.

Datum sjednice Vijeca na kojoj je prihvaćena tema: 20.12.2016.

Komisija za ocjenu teme i podobnosti magistranta:

1. Prof. dr Ljubiša Stanković
2. Prof. dr Miloš Daković
3. Prof. dr Irena Orović

Komisija za ocjenu rada:

1. Prof. dr Ljubiša Stanković
2. Prof. dr Miloš Daković
3. Prof. dr Irena Orović

Komisija za odbranu rada:

1. _____
2. _____
3. _____

Datum odbrane:

Datum promocije:

Predgovor

Kao zaposleni u sektoru upravljanja vodama, svjesna sam značaja redovnog i ispravnog monitoringa voda, prvenstveno praćenja osnovnih hidroloških parametara vodostaja i protoka, a u vezi sa tim i određenih meteoroloških veličina. Osnovni zadatak svakog monitoringa je prikupljanje podataka i njihova pohrana za dalju analizu. Ovaj rad predstavlja pregled hidrometeoroloških podataka kroz prizmu digitalne obrade signala, a prvenstveno kroz vremensko-frekvencijsku analizu.

Analizirane podatke su prikupile dvije ustanove: Agencija za vodno područje jadranskog mora – Mostar i JU „Vode Srpske“ Sektor za upravljanje oblasnim riječnim slivom Trebišnjice – Trebinje. Zahvaljujem se pomenutim ustanovama na ustupljenim podacima.

Posebno bih istakla da su predmet istraživanja ovog rada realni signali, pa je za očekivati i da rezultati navedeni u ovoj tezi i dalja istraživanja u ovoj oblasti budu primjenjivi u praksi.

Izvod rada

Prikupljanje i analiza podataka u realnom vremenu su jako bitan dio hidrologije i meteorologije. Vjerodostojnost i očuvanje originalnih podataka za dalja istraživanja cilj je svakog mjerenja u prirodi. Posljednjih godina, uz praćenje napretka na polju tehnike, uvode se nove metode mjerenja i obrade prikupljenih podataka.

Naziv ovog magistarskog rada je „Primjena vremensko-frekvencijskih transformacija na hidrometeorološke podatke sa sliva rijeka Neretve i Trebišnjice“. U radu se obrađuju podaci koji predstavljaju izmjereni vodostaj, protok, temperaturu i padavine na Oblasnom riječnom slivu Neretve i Trebišnjice. Podaci su preuzeti od Agencije za vodno područje Jadranskog mora – Mostar i od JU „Vode Srpske“, Sektor za upravljanje oblasnim riječnim slivom Trebišnjice. Podaci su prilagođeni za vremensko-frekvencijsku analizu, tj. implementiran je metod koji omogućuje digitalnu obradu „sirovih“ podataka, tj. podataka direktno preuzetih sa mjernih uređaja. Zatim je izvršena analiza osobina kao i vremensko-frekvencijske transformacije navedenih podataka.

Rad sadrži analizu i predstavljanje osnovnih karakteristika nama dostupnih podataka. U trećem poglavlju su grafički prikazani i analizirani rezultati dobijeni primjenom vremensko-frekvencijske analize.

Primjena vremensko-frekvencijske analize se pokazala korisnom prilikom uočavanja grešaka na mjerenim veličinama. Međutim primjenom ovih transformacija nije uočen uzrok pojave tih grešaka, kao ni pravilo tj. pravilnost njihovog pojavljivanja. Vidan je uticaj obrade podataka, tj. usrednjavanja vrijednosti podataka mjerenih na svako pola sata na jednu srednju dnevnu vrijednost, na spektrogram signala, u prilog tome ide gubljenje detalja i informacija na spektrogramima.

Ključne riječi: mjerenje podataka, vremensko-frekvencijska analiza, slučajni signali, hidrometeorološki signali.

Abstract

Data acquisition and analysis in real time are an important part of hydrology and meteorology. Credibility and preservation of the original data for further research are important objectives for each measurement. In recent years, due to technology progress, new methods of data measurement and processing are introduced.

The title of the thesis is "The application of time-frequency transformation to the hydrometeorological data from the Neretva and Trebišnjica basin." Analyzed data represent the measured water level, flow, temperature, and precipitation in the river basin district of the Neretva and Trebišnjica. Data were taken from the Agency for Watershed of the Adriatic Sea - Mostar from JU "Vode Srpske" Management Division Trebišnjica river basin district. The data are adjusted for the time-frequency analysis, i.e. we implement a method that allows digital processing of the "raw" data, i.e., data taken directly from measurement devices. Then the properties of the acquired data are analyzed and time-frequency analysis was performed.

The thesis includes the analysis and presentation of the basic characteristics of the available informations. In the third section, the results obtained using a time-frequency analysis are shown and analyzed.

The usage of time-frequency analysis was useful in the identification of the errors in the measured values. However cause of these errors, as well as the rule i.e., regularity of their appearance was not observed. The impact of data preprocessing, i.e., averaging data values measured at every half an hour to one daily mean value, is analyzed. It is shown that the spectrogram of the averaged signals loses important details and information compared to the raw data spectrogram.

Keywords: data acquisition, time-frequency analysis, random signals, hydrometeorological signals.

SADRŽAJ

PODACI I INFORMACIJE O MAGISTRANTU	2
Predgovor	3
Izvod rada	4
Abstract	5
UVOD	8
GLAVA 1.....	10
1.1 Signali i njihova klasifikacija.....	10
1.1.1 Operacije nad signalima	12
1.2 Frekvencijska analiza signala	17
1.2.1 Osobine i primjena Fourier-ove transformacije	18
1.3 Vremensko –frekvencijska analiza signala	21
1.3.1 Osnovni pojmovi vremensko-frekvencijske analize signala	22
1.3.2 Linearne vremensko-frekvencijske reprezentacije.....	28
1.3.3 Kratkotrajna Fourier-ova transformacija.....	29
1.3.4 Wavelet transformacija	31
1.3.5 Lokalna polinomijalna Fourierova transformacija.....	32
1.3.6 Vremensko – frekvencijske reprezentacije II reda	34
1.3.7 Spektrogram	35
1.3.8 Wigner-ova distribucija	36
1.3.8 Pseudo Wigner-ova distribucija	39
1.3.10 S - Metod	39
GLAVA II.....	40
2.1 Originalni podaci.....	40
2.1.1 Mjerenje vodostaja	41
2.1.2 Mjerenje temperature vazduha	43

2.1.3 Mjerenje protoka	44
2.1.4 Mjerenje padavina	44
2.2 Format analiziranih podataka.....	45
2.3 Osobine hidrometeroloških signala.....	49
GLAVA III.....	52
3.1 Priprema podataka za vremensko frekvencijsku analizu	52
3.2 Rezultati primjene vremensko-frekvencijske analize.....	57
ZAKLJUČAK.....	63
LITERATURA.....	64
PRILOG 1 – PROGRAMSKI KODOVI.....	67
SPISAK SLIKA.....	69
SPISAK TABELA.....	71

UVOD

Digitalna obrada signala je oblast nauke i inženjeringa koja se jako brzo razvija u toku proteklih 40 godina. Brz razvoj digitalne obrade signala je postignut prevashodno zahvaljujući velikom razvoju i napretku tehnologije izrade digitalnih računara. Digitalna obrada signala ima izuzetno široku praktičnu primjenu u velikom broju oblasti, od kojih su neke: obrada i prenos slike, seizmologija, hidrologija, meteorologija, biomedicinski inženjering, itd.

Širok dijapazon oblasti primjene uslovio je razvoj veoma moćnih tehnika i metoda. Pored obrade signala u vremenskom domenu, mnogi veoma bitni aspekti analize i obrade uključuju upotrebu Fourier-ove transformacije i njenih derivata u cilju ispitivanja frekvencijskog sadržaja signala.

Pored klasičnih tehnika analize i obrade signala u vremenskom i frekvencijskom domenu, zadnjih 30 godina aktuelna je i tzv. vremensko-frekvencijska analiza, koja nudi tehnike i metode za određivanje parametara vremenskih promjena spektralnog sadržaja signala. Vremensko-frekvencijska analiza je uvedena kao efikasno rješenje za karakterizaciju i obradu signala sa vremenski promjenljivim spektralnim sadržajem. Imajući u vidu široku rasprostranjenost nestacionarnih signala, vremensko-frekvencijska analiza se intenzivno razvijala tokom protekle dvije decenije, omogućujući pri tome čitav niz pri324324mjena. Danas, gotovo da ne postoji oblast u obradi signala u kojoj ona nije našla svoju primjenu. U teorijskom smislu, predložene su brojne vremensko-frekvencijske distribucije, koje u zavisnosti od signala, ispunjavaju različite zahtjeve u pogledu njihove analize. U praktičnom smislu značajno je proširen broj aplikacija u kojima vremensko-frekvencijska analiza ima krucijalnu ulogu. Veliki je broj različitih zahtjeva koji se stavljaju pred vremensko-frekvencijsku analizu, što je dovelo do razvoja velikog broja TF transformacija. U zavisnosti od primjene, sve one imaju prednosti, ali i određene nedostatke, tako da se ne može izdvojiti jedna vremensko-frekvencijska transformacija i reći da je najbolja i opšte primjenljiva.

U ovome radu prikazana je primjena vremensko-frekvencijske analize na hidrometeorološke podatke. Analizirani su podaci dobijeni direktno sa mjernih uređaja, u formi tekstualnih fajlova, kao i sređeni hidrometeorološki podaci iz Hidroloških godišnjaka. Prikazani su rezultati obrade podataka u formi grafika. Tehnike digitalne obrade signala su korištene i za

interpolaciju podataka koji nedostaju u mjerenju, konkretno u radu [5] interpolirani su i analizirani podaci o vodstaju na rijeci St. Jones u Sjedinjenim Američkim Državama.

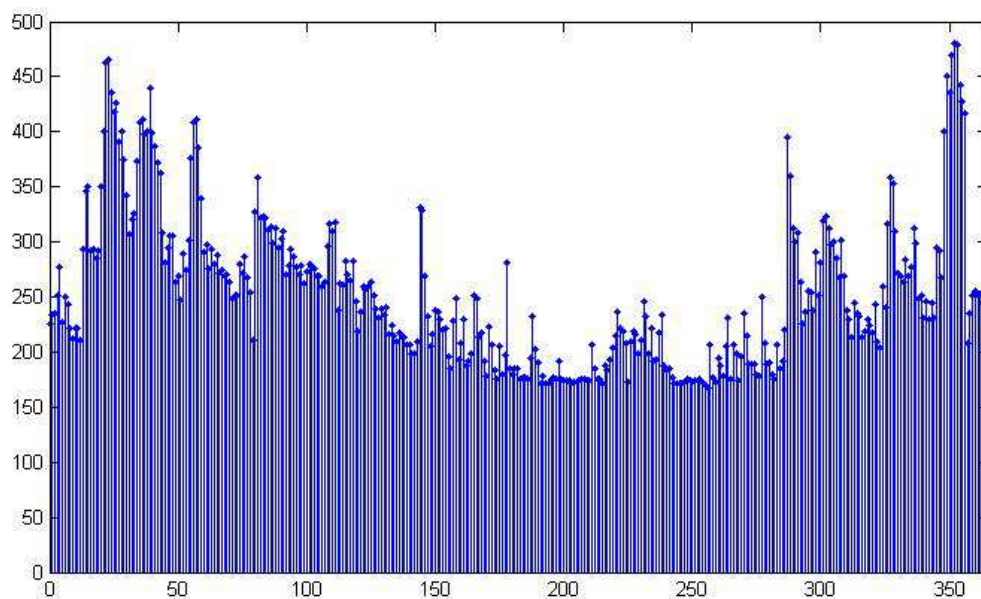
Prvo poglavlje rada sadrži kratak uvod u predstavljanje signala i osnovna svojstva signala, kao i teorijski osvrt na frekvencijsku analizu signala. Bitan dio prvog poglavlja je i teorijski osvrt na vremensko-frekvencijsku analizu. Drugo poglavlje sadrži analizu i predstavljanje osnovnih karakteristika nama dostupnih podataka, a u trećem poglavlju su prikazani dobijeni rezultati primjene vremensko-frekvencijske analize.

GLAVA 1

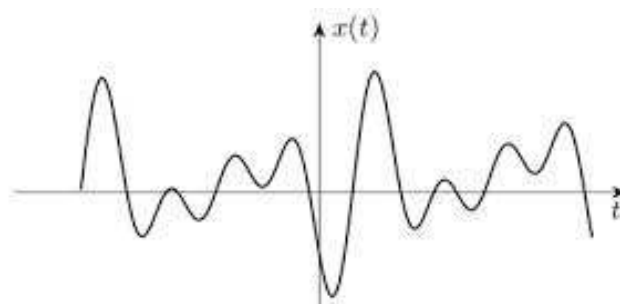
1.1 Signali i njihova klasifikacija

Signal je svaki vremenski promjenljivi fizički fenomen ili pojava koja sa sobom nosi informaciju. Ovaj iskaz je djelimično tačan, jer vrlo često pod signalima podrazumijevamo i funkcije koje za nezavisnu promjenljivu nemaju vrijeme, a ponekada kao signale možemo posmatrati i kompleksne funkcije koje nisu u tijesnoj vezi sa fizičkim pojavama. Međutim, ono što svakako jeste zajedničko za sve ono što pod širokim pojmom signala podrazumijevamo, je informacija. Za izdvajanje informacija iz signala potrebno je primijeniti odgovarajući matematički aparat nad njima. Razvijen je veliki broj metoda za analizu signala. Metod koji će se koristiti za njegovu analizu zavisi od osobina samog signala. Postoje metodi koji se mogu primijeniti samo nad određenom klasom signala, s toga prvi korak u analizi signala jeste klasifikacija analiziranog signala. [9][10]

Kao prvi primjer signala posmatramo dijagram prikazan na slici 1.1. On predstavlja izmjerene srednje dnevne vrijednosti vodostaja (izraženo u centimetrima) na hidrološkoj stanici Baćevići u periodu od jedne godina, tj. 365 dana. Ovakav prikaz signala je od velikog značaja za npr. inženjera hidrologije, takođe i za npr. radnika na zaštiti od poplava, važan je i za inženjera melioracija jer oni mogu pratiti i predvidjeti nivo vode u rijeci za navodnjavanje i odvodnjavanje i tako dalje. Ako bi posmatrali ovaj dijagram padavina u mnogo dužem periodu, mogla bi se uočiti neka periodičnost u obliku signala jer jesen i proljeće obiluju mnogo većim padavinama nego zima i ljeto, zatim bi se lako mogle uočiti sušne godine za razliku od vlažnih godina i tako dalje. Do ovih zaključaka se može doći raznoraznim tehnikama kao što su usrednjavanje, filtracija, spektralna analiza i slično. [9]



Slika 1. *Signal vodostaja u periodu od 365 dana izmjeren na hidrološkoj stanici Bačevići*



Slika 2. *Kontinualni signal*

Jedna od osnovnih podjela signala je na kontinualne i diskretne, oni imaju mnogo zajedničkih tačaka u vremenu, ali zato postoje i mnoge, često suštinske razlike među njima. Zbog toga je uvijek bitno jasno naznačiti o kojoj vrsti signala govorimo, i prije nego što se bilo koji matematički alat za analizu signala primijenimo, moramo da budemo sigurni da je to i opravdano.

Osim podjele na kontinualne i signale diskretne u vremenu, bitno je pomenuti i podjelu na determinističke i stohastičke ili slučajne signale. Pod determinističkim signalima podrazumjevamo one signale čije se vrijednosti sa nepogrešivom tačnošću mogu predvidjeti i u dalekoj budućnosti. Jedan jednostavan primjer determinističkih signala jesu signali koji se

analitički (drugim riječima pomoću nekog matematičkog izraza) definišu. Ako pogledamo signal $x(t)$ definisan pomoću sljedeće jednakosti

$$x(t) = e^{-0.5t} \sin(4t) \quad (1)$$

tada je moguće sračunati vrijednosti ovog signala u bilo kom vremenskom trenutku u budućnosti. Sa druge strane, ako pogledamo signal koji je snimljen kao izlazni napon sa mikrofona u potpunoj tišini, vidjeće se da postoji signal male snage, koji očigledno nije posljedica nekog zvuka, već procesa koji postoji svuda oko nas a mi ih ne možemo kontrolisati. Naime termičko kretanje molekula u svakoj materiji, kretanje molekula vazduha koje je zavisno od temperature, kretanje elektrona u svakoj provodnoj sredini su primjer takvih pojava, koji se, često zbog njihove tjesne veze sa temperaturom, nazivaju termičkim šumovima. Primjer takvog termičkog šuma je napon na izlazu iz mikrofona u potpunoj tišini. Vrijednost ovakvog signala se u budućnosti ne može prognozirati već se samo može sa nekom vjerovatnoćom izračunati interval u kome se taj signal može realizovati. [10] [26]

Postoji još mnogo podjela signala, različitih po kriterijumu podjele. Pomenućemo neke, bez dodatnog objašnjavanja:

- Realni i kompleksni signali
- Parni i neparni signali
- Kauzalni i nekauzalni signali
- Periodični i neperiodični signali
- Signali energije i signali snage

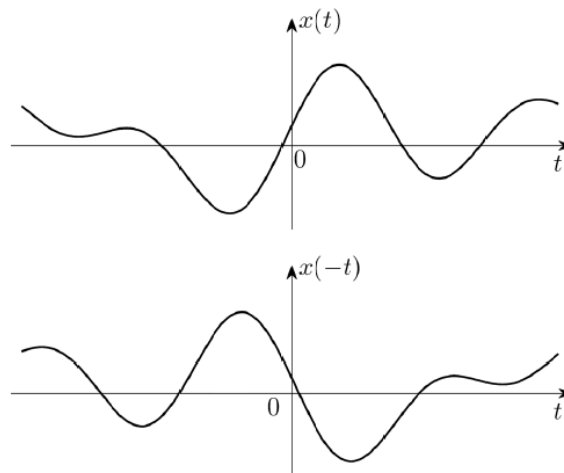
1.1.1 Operacije nad signalima

Skoro sve poznate operacije nad matematičkim funkcijama: transformacije nezavisne varijable u koje ubrajamo refleksiju, pomjeranje (translaciju) i skaliranje; osnovne matematičke operacije: sabiranje, oduzimanje, množenje, zatim diferenciranje i integraljenje, ima smisla primjenjivati i na signale. [10] [27] Ipak, najvažnija operacija pri analizi i obradi signala u vremenskom domenu je konvolucija, zato je i posebno objašnjena. Važnu operaciju predstavlja i korelacija koju ćemo, takođe, obraditi.

1. Transformacije nezavisne varijable

Refleksija signala oko neke tačke, najčešće $t = 0$, je ilustrovana na slici 3. refleksija signala oko nule je data sa:

$$y(t) = x(-t), \quad \forall t \quad (2)$$



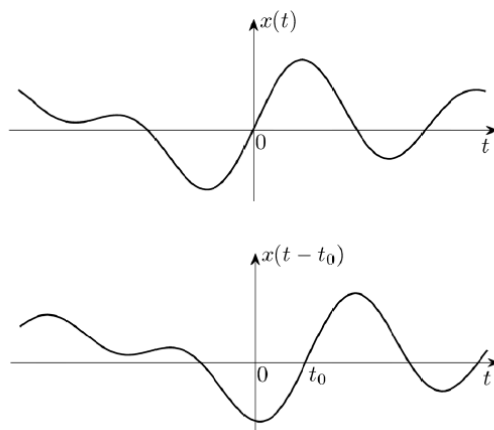
Slika 3. *Refleksija signala*

Translacija signala za neki iznos t_0 odgovara pomaku signala po vremenskoj osi za isti iznos:

$$y(t) = x(t - t_0), \quad \forall t \quad (3)$$

.

Signal $x(t - t_0)$ je vremenski pomjerena verzija signala $x(t)$, kao na slici broj 4.

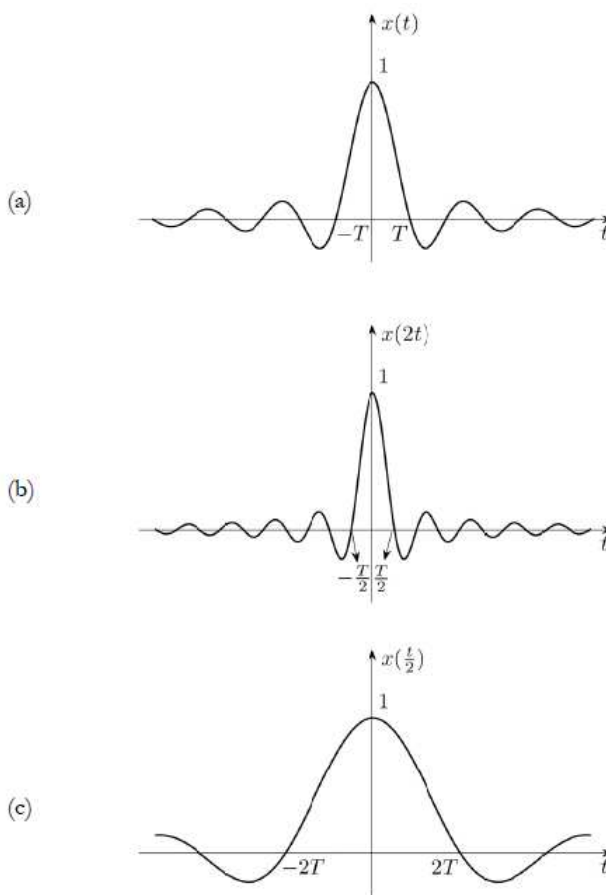


Slika 4. *Translacija signala*

Skaliranje signala se dobija linearnom promjenom skale nezavisne varijable:

$$y(t) = x(at), \forall t, a \in \mathbb{R}. \quad (4)$$

Za $a > 1$ signal je sužen, dok za $a < 1$ dolazi do proširivanja signala, kao na Slici: [10] [27]



Slika 5. *Skaliranje signala: (a) originalni signal; (b) signal skaliran sa faktorom $a = 2$ i (c) signal skaliran sa faktorom $a = \frac{1}{2}$*

2. Konvolucija kontinualnih vremenskih funkcija

Fundamentalna operacija nad signalima koja se u teoriji obrade signala koristi jeste konvolucija. Ako nad signalima $x(t)$ i $h(t)$ primijenimo konvoluciju kao rezultat ćemo dobiti treću kontinualnu funkciju $y(t)$, pri čemu kao oznaku za konvoluciju koristimo simbol $*$:

$$y(t) = x(t) * h(t) \quad (5)$$

a izračunava se shodno sljedećoj relaciji

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau \quad (6)$$

Ukoliko u poslednjoj relaciji izvršimo smjenu promjenljivih $t - \tau = \lambda$ dobija se

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t - \lambda) h(\lambda) d\lambda = \int_{-\infty}^{\infty} h(\lambda) x(t - \lambda) d\lambda = h(t) * x(t) \quad (7)$$

Što je dokaz da je konvolucija komutativna operacija nad signalima, odnosno:

$$x(t) * h(t) = h(t) * x(t). \quad (8)$$

Lako se dokazuje da ova operacija ima i osobinu asocijativnosti:

$$(x(t) * h(t)) * g(t) = x(t) * (h(t) * g(t)) \quad (9)$$

Takođe, lako se dokazuje da je operacija konvolucije distributivna u odnosu na operaciju sabiranja signala:

$$x(t) * [h_1(t) + h_2(t)] = x(t) * h_1(t) + x(t) * h_2(t) \quad (10)$$

Na osnovu relacije 10 se može zaključiti, da ako želimo da sračunamo konvoluciju signala $x(t)$ i $h(t)$, naš algoritam treba da se sastoji od sljedeća četiri koraka:

1. **Korak:** Signal $h(t)$ se prvo invertuje i pomjeri u vremenu kako bi se dobila forma $h(t - \tau)$, što postaje funkcija od τ gdje je t parametar.
2. **Korak:** Signal $x(\tau)$ i $h(t - \tau)$ se izmnože za sve moguće vrijednosti varijable τ a za neko fiksno t .

3. **Korak:** Proizvod $x(\tau)h(t-\tau)$ se integri po cijelom skupu vrijednosti τ i tako se dobija vrijednost $y(t)$ za neko fiksno t .
4. **Korak:** Ponove se koraci 1,2 i 3 za različite vrijednosti parametara t iz skupa $(-\infty, \infty)$ kako bi se dobila kompletna funkcija $y(t)$.

Dakle, teorijski gledano beskonačno mnogo određenih integrala treba odrediti u cilju jedne jedine konvolucije $y(t)$. Međutim, na sreću, u najčešćem broju slučajeva, ovaj se problem uglavnom svodi na sračunavanje par određenih integrala. [10] [27]

3. Konvolucija diskretnih signala u vremenu

Konvolucija je fundamentalna operacija koja se može vršiti nad diskretnim signalima, isto kao i nad kontinualnim. Konvolucija dva diskretna signala $x[n]$ i $h[n]$ kao rezultat daje signal $y[n]$, u oznaci

$$y[n] = x[n] * h[n] \quad (11)$$

pri čemu je

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k] \quad (12)$$

Jednostavnom smjenom promjenjivih $m = n - k$, može se pisati

$$y[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h[m]x[n-m] = h[n] * x[n] \quad (13)$$

što znači da je konvolucija nad diskretnim signalima komutativna operacija:

$$x[n] * h[n] = h[n] * x[n] \quad (14)$$

Potpuno analogno sa konvolucijom nad kontinualnim signalima, lako se dokazuje da je konvolucija i asocijativna operacija kao i da važi osobina distributivnosti konvolucije u odnosu na sabiranje:

$$(x[n] * h[n]) * g[n] = x[n] * (h[n] * g[n]) \quad (15)$$

$$x[n] * (h_1[n] + h_2[n]) = x[n] * h_1[n] + x[n] * h_2[n] \quad (16)$$

Na osnovu relacije 12 zaključujemo da prilikom sračunavanja konvolucije diskretnih signala treba realizovati četiri osnovna koraka:

1. **Korak:** Signal $h(k)$ treba invertovati u vremenu i izvršiti pomjeranje da bi se dobio signal $h[n-k]$ koji je funkcija parametra k gdje n predstavlja konkretan parametar.
2. **Korak:** Signal $x(k)$ i $h(n-k)$ se izmnože za sve vrijednosti promjenjive k
3. **Korak:** Proizvod $x(k)h(n-k)$ se sumira za sve vrijednosti promjenjive k , čime se dobija vrijednost konvolucije $y[n]$ za jedno konkretno n .
4. **Korak:** Promjenjiva n se inkrementira (poveća za 1) i ponovo se pristupi primjeni koraka 1,2 i 3, kako bi se dobila vrijednost konvolucije $y[n]$ za novu vrijednost promjenjive n .

Dakle, teorijski gledano, da bi odredili cijelu diskretnu funkciju $y[n]$, treba izvršiti beskonačno mnogo sumiranja, međutim praktično gledano to nikada nije tako. S obzirom na analitičko definisanje signala, ili na ograničeno trajanje signala koji ulaze u konvoluciju, problem je mnogo jednostavniji. [10] [26]

1.2 Frekvencijska analiza signala

Analiza signala u vremenskom domenu se nameće kao prirodan izbor s obzirom na to da su signali najčešće dostupni kao funkcije vremena. Međutim, analiza signala u vremenskom domenu ima slabu praktičnu primjenu. Već nekoliko vijekova unazad razvijene su tehnike transformacije signala koje pružaju značajne a ponekad i pogodnije alate za analizu i sintezu signala i sistema [1][4][10]. Vrlo često je priroda nekih signala sa kojima se srećemo svakodnevno, baš takva da analiza tim tehnikama daje puno više informacija. Jedna od tih tehnika jeste transformacija u frekvencijski domen. Frekvencijski domen signala nije ništa drugo nego jedan drugačiji pogled na svijet oko nas i vrlo često se neki, inače vrlo složeni problemi u vremenskom domenu, vrlo jednostavno rješavaju analizom u frekvencijskom domenu. Frekvencijska analiza signala omogućava uvid u frekvencijski sadržaj signala, tj. pružaju informaciju koje se sve frekvencije i kojim intenzitetom, odnosno amplitudom u njemu pojavljuju.

Prvi skup takvih transformacija jesu Furijerova serija i Furijerova transformacija vremenski kontinualnih signala. Ove transformacije su dobile imena po francuskom matematičaru J.B.J. Fourier-u koji je postavio teorijske osnove ovih transformacija početkom devetnaestog vijeka, a polazeći od naučnih radova Euler-a iz osamnaestog vijeka. Osnovni motiv zbog koga se Fourier bavio ovim problemom jeste pokušaj da se opiše propagacija i širenje toplote, dok se Euler bavio analizom vibracija struna žičanih instrumenata. Međutim, dobijeni rezultati su bili u toj mjeri opšti da su našli primjenu u gotovo svim oblastima nauke i tehnike [1][4][10] .

1.2.1 Osobine i primjena Fourier-ove transformacije

Fourier-ova transformacija omogućava da se brzo, bez nekog pretjeranog računa dobije uvid u spektralni sadržaj signala tj. skiciraju spektri velikog broja često korištenih signala. Istovremeno, značajna primjena Fourier-ove transformacije se ogleda u jednostavnom razumjevanju i projektovanju sistema za modulaciju, odabiranje i filtraciju signala.

Uobičajena oznaka koja se koristi da se istakne da su vremenski signal $x(t)$ i frekvencijska funkcija $X(j\omega)$ transformacioni par, jeste sljedeća:

$$x(t) \leftrightarrow X(j\omega) \quad (17)$$

pri čemu je

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (18)$$

i

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (19)$$

Primjer transformacionog para je:

$$e^{-at} u(t) \leftrightarrow \frac{1}{a + j\omega} \quad (20)$$

za a veće od nule.

Osobine Fourierove transformacije su:

1. Linearnost Fourier-ove transformacije

Linearnost Fourier-ove transformacije se ogleda u tome da ako signali $x_1(t)$ i $x_2(t)$ imaju svoje transformacione parove $X_1(j\omega)$ i $X_2(j\omega)$, tada će važiti:

$$ax_1(t) + bx_2(t) \leftrightarrow aX_1(j\omega) + bX_2(j\omega) \quad (21)$$

U ovoj osobini su sadržana svojstva homogenosti i aditivnosti. Ovo se svojstvo jednostavno dokazuje i može se proširiti na proizvoljni broj sabiraka.

2. Pomjeranje u vremenu

Drugo važno svojstvo Fourier-ove transformacije se sastoji u tome da ako znamo transformacioni par $X(j\omega)$ signala $x(t)$, onda se transformacioni par signala koji je pomjeren u vremenu $x(t - t_0)$ vrlo lako sračunava na sljedeći način:

$$F\{x(t - t_0)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t - t_0) e^{-j\omega t} dt \quad (22)$$

U posljednjoj relaciji smo uveli oznaku $X(j\omega) = F\{x(t)\}$ koja se vrlo često koristi u literaturi. Ako se izvrši smjena promjenljivih $t - t_0 = \tau$ u gornjem integralu on postaje:

$$F\{x(t - t_0)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) e^{-j\omega(\tau + t_0)} d\tau = e^{-j\omega t_0} \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = e^{-j\omega t_0} F\{x(t)\} \quad (23)$$

Shodno tome, može se napisati relacija

$$x(t - t_0) \leftrightarrow e^{-j\omega t_0} X(j\omega) \quad (24)$$

Ako transformacioni par $X(j\omega)$ napišemo u polarnim koordinatama

$$X(j\omega) = |X(j\omega)| e^{j\Theta(\omega)} \quad (25)$$

iz relacije (24) zaključuje se da je

$$x(t - t_0) \leftrightarrow e^{-j\omega t_0} X(j\omega) = |X(j\omega)| e^{j(\Theta(\omega) - \omega t_0)} \quad (26)$$

što znači da vremensko kašnjenje ne utiče na amplitudu spektra signala već se ogleda samo u faznoj karakteristici i to tako što se ona umanjuje za vrijednost ωt_0 . Ova se činjenica obično u

literaturi naziva linearnim pomjeranjem faze (u engleskoj literaturi je odgovarajući termin linear phase shift Fourier-ove transformacije)

3. Modulacija

Ukoliko vremenski signal $x(t)$ pomnožimo kompleksnom sinusoidom $e^{j\omega_0 t}$, taj postupak se naziva kompleksnom modulacijom. Lako se pokazuje da je onda u važnosti sljedeća relacija

$$e^{j\omega_0 t} x(t) \leftrightarrow X(j(\omega - \omega_0)) \quad (27)$$

odnosno da kompleksnoj modulaciji u vremenskom domenu odgovara pomjeranje po učestanosti u frekvencijskom domenu. Dakle, opet je prisutan princip dualnosti, jer je već pokazano da modulaciji u frekvencijskom domenu odgovara pomjeranje u vremenskom domenu.

4. Skaliranje po vremenu i učestanosti

Posmatra se vremenski kontinualan signal koji je skaliran u vremenu $x(at)$ gdje je a realan parametar. Tada je odgovarajući Fourier-ov transformacioni par

$$F\{x(at)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(at) e^{-j\omega t} dt \quad (28)$$

Nakon uvođenja smjene promjenljive $at = \tau$, dobija se

$$F\{x(at)\} = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) e^{-j\omega \tau / a} d\tau = \frac{1}{a} X\left(\frac{j\omega}{a}\right) \quad (29)$$

gdje je a pozitivno, i

$$F\{x(at)\} = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) e^{-j\omega \tau / a} d\tau = -\frac{1}{a} X\left(\frac{j\omega}{a}\right) \quad (30)$$

ako je a negativno. Kombinujući posljednja dva izraza, definitivno možemo napisati

$$x(at) \leftrightarrow \frac{1}{|a|} X\left(\frac{j\omega}{a}\right) \quad (31)$$

Odakle se zaključuje da skala faktor a u vremenskom domenu ima za posljedicu skala faktor $1/a$ u frekvencijskom domenu pri čemu se cio transformacioni par dijeli koeficijentom $|a|$.

Ovaj rezultat je potpuno u saglasnosti sa Heisenberg-ovim principom neodređenosti: širenje

signala u vremenu dovodi do sužavanja spektra po frekvenciji i obrnuto. Kao posljedica navedene osobine, zanimljiv je specijalni slučaj $a = -1$:

$$x(-t) \leftrightarrow X(-j\omega) \quad (32)$$

1.3 Vremensko –frekvencijska analiza signala

Gotovo svi signali koji su posljedica prirodnih fenomena snimljeni su kao funkcije vremena, stoga je predstavljanje signala kao funkcije vremena prvi i najprirodniji način za njihovu prezentaciju. Analiza signala u vremenskom domenu ima slabu praktičnu primjenu jer se informacije koje se na taj način mogu dobiti uglavnom svode na promjenu amplitude u toku vremena, kao i na neke, najčešće površne informacije o spektralnom sadržaju. Predstavljanje signala u frekvencijskom domenu, dobijeno Fourier-ovom transformacijom, bitna je alatka za opisivanje signala, jer se na taj način signal razlaže na pojedinačne frekvencijske komponente. Međutim, proučavanjem ovako dobijenog spektra signala može se zaključiti samo na kojim frekvencijama postoje komponente u njemu, dok se ne obezbjeđuje nikakva informacija o tome u kojim trenucima su te komponente prisutne, kao ni koliki je interval njihovog trajanja. Može se zaključiti da je FT pogodna za analizu signala čiji se spektralni sadržaj ne mijenja u toku vremena, tzv. stacionarnih signala. U slučaju kad je signal sastavljen od više komponenti čiji se spektri preklapaju, na osnovu FT se ne može dobiti ni informacija o širini spektra pojedinih komponenti. [9] [10]

Ograničenja koja se javljaju u analizi signala samo u vremenskom ili samo u frekvencijskom domenu, nametnula su kao logično rješenje vremensko-frekvencijsku analizu signala (Time Frequency Signal Analysis) odnosno analizu signala istovremeno i po vremenskom i po frekvencijskom domenu. Vremensko-frekvencijska analiza signala obezbjeđuje moćne tehnike za ispitivanje zakonitosti po kojoj se frekvencijski sadržaj datog signala mijenja kao funkcija vremena. Matematički gledano, vremensko-frekvencijskom (Time Frequency- TF) analizom se signal $x(t)$, koji je jednodimenzionalna funkcija vremena, mapira u dvodimenzionu funkciju vremena i frekvencije $f(t, \omega)$, čiji je domen (t, f) prostor (TF ravan). Vremensko-frekvencijska reprezentacija (Time-Frequency Representation - TFR) ne pokazuje samo vremenski i frekvencijski opseg spektra signala, već i varijacije frekvencijskog spektra u vremenu. Veoma često se od TFR signala zahtijeva da određuje raspodjelu energije signala po frekvencijama, za posmatrani trenutak vremena i koristi naziv vremensko-frekvencijska

distribucija (Time-Frequency Distribution- TFD). Veliki je broj različitih zahtjeva koji se stavlja pred TF analizu, što je dovelo do razvoja velikog broja TF transformacija. U zavisnosti od primjene, sve one imaju prednosti, ali i određene nedostatke, tako da se ne može izdvojiti jedna TF transformacija i reći da je najbolja i opšte primjenjiva. Vremensko-frekvencijske reprezentacije se mogu grubo podijeliti prema načinu na koji zavise od signala nad kojima se primjenjuju na: linearne, kvadratne i reprezentacije višeg reda. Da bi se u potpunosti shvatio značaj i smisao vremensko-frekvencijskih distribucija i reprezentacija, potrebno je uvesti osnovne pojmove vezane za vremensko-frekvencijsku analizu [9][10] .

1.3.1 Osnovni pojmovi vremensko-frekvencijske analize signala

1. Trenutna frekvencija i grupno kašnjenje

Jedan od često postavljanih zahtjeva pred TFR je da prikazuje varijaciju frekvencijskog opsega kao funkciju vremena. Ova varijacija može se opisati funkcijom $\omega(t)$, koja se naziva trenutna frekvencija (Instantaneous Frequency-IF) . Postoji više definicija trenutne frekvencije. Za signal koji se može zapisati u obliku:

$$x(t) = A(t)e^{j\phi(t)} \quad (33)$$

kod kojeg je funkcija $\phi(t)$, koja predstavlja trenutnu fazu signala, monotona i $A(t)$ dovoljno glatka funkcija, metod stacionarne faze povezuje spektralni sadržaj signala na frekvenciji ω sa njegovom vremenskom formom u trenutku t_0 na način da je $\phi'(t_0) = \omega$. Ova veza potiče od činjenice da najveći doprinos FT ovakvog signala dolazi od regiona u vremenu za koji je eksponencijalna funkcija $\exp(j(\phi(t) - \omega t))$ stacionarna. Signal u vremenskom domenu, koji zadovoljava gore navedene uslove, doprinosi u posmatranom trenutku t Fourier-ovoj transformaciji na odgovarajućoj učestanosti datoj kao:

$$\omega_i(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (34)$$

Prethodno data relacija je jedna od često korišćenih definicija trenutne frekvencije kao prvog izvoda faze signala. U slučaju da je $x(t)$ realan signal, u (34) je potrebno koristiti njegovu analitičku verziju. Prethodna definicija trenutne frekvencije ima smisla samo za monokomponentne signale. Kod multikomponentnog signala se mora posebno računati

trenutna frekvencija za svaku komponentu. U tezi se za definiciju multikomponentnog signala uzima definicija, kojom se signal $x(t)$ predstavljen sumom komponenti $x_m(t)$:

$$x(t) = \sum_{m=1}^K x_m(t) = \sum_{m=1}^K r_m(t) e^{j\phi_m(t)} \quad (35)$$

koje obuhvataju različite regione u vremensko frekvencijskoj ravni makar za neke vremenske ili frekvencijske intervale, smatra multikomponentnim signalom. Dualan pojam pojmu trenutne frekvencije je grupno kašnjenje, koje se za signal, čija se Fourier-ova transformacija može predstaviti u obliku:

$$X(\omega) = A(\omega) e^{j\theta(\omega)} \quad (36)$$

gdje je funkcija $A(\omega)$ sporopromjenjiva u odnosu na funkciju $\theta(\omega)$, definiše sa:

$$t_g(\omega) = -\frac{d\theta(\omega)}{d\omega} \quad (37)$$

Grupno kašnjenje se može smatrati kao lokalizacija spektralnih komponenti u vremenu. Kao i trenutna frekvencija, i grupno kašnjenje je vezano za ograničenu grupu signala. Prilikom definicije grupnog kašnjenja pretpostavka je da je data frekvencija koncentrisana oko samo jenog trenutka vremena.

2. Idealna vremensko-frekvencijska distribucija

Ograničenja povezana sa trenutnom frekvencijom i grupnim kašnjenjem se mogu prevazići opisivanjem vremensko-frekvencijskih svojstava signala, ne jednodimenzionom funkcijom u TF ravni, već površinom iznad vremensko-frekvencijske ravni. Matematički, ovo odgovara funkciji $f(t, \omega)$ koja zavisi i od vremena i od frekvencije, dakle TFD. Ukoliko se žele uporediti razne TFD, potrebno je definisati kako bi izgledala idealna TFD signala $x(t)$. U opštem slučaju za proizvoljan oblik signala $x(t)$, teško je uvesti ovu definiciju i ona zavisi od konkretnih očekivanja od određene TFD. Međutim, ukoliko se posmatraju signali koji se mogu predstaviti u obliku (33), uz već navedene uslove da je $A(t)$ konstantna ili sporovarirajuća funkcija u odnosu na $\phi(t)$, dolazi se do definicije idealne TFD, koja je usko povezana sa pojmom trenutne fekvencije. Naime, za ovakav signal $x(t)$ idealna TFD se definiše kao:

$$ITFD_x^\omega(t, \omega) = 2\pi |A(t)|^2 \delta(\omega - \omega_i(t)) \quad (38)$$

gdje je $\omega_i(t)$ trenutna frekvencija signala $x(t)$, a gornji indeks ω ukazuje na to da je idealna TFD izvedna na osnovu trenutne frekvencije signala. Postojanje izvoda trenutne faze je podrazumijevano u gornjoj definiciji. Naime, u njoj se od idealne TFD zahtjeva da ima trenutnu snagu signala $|A(t)|^2$ skocentrisanu na trenutnoj frekvenciji $\omega_i(t)$. Ukoliko za dati signal postoji više trenutaka t_0 takvih da važi $\phi'(t_0) = \omega$, fizički to znači da je energija signala kocentrisana na istoj učestanosti u više različitih trenutaka. Idealna TFD se može definisati i polazeći od grupnog kašnjenja $t_g(\omega)$ signala. Dakle za signal čija se FT može predstaviti u obliku:

$$X(\omega) = A(\omega)e^{j\theta(\omega)} \quad (39)$$

gdje je funkcija $A(\theta)$ sporopromjenjiva u odnosu na funkciju $\theta(\omega)$, idealna TFD se definiše kao :

$$ITFD_x^t(t, \omega) = |A(\omega)|^2 \delta(t - t_g(\omega)) \quad (40)$$

gdje je $t_g(\omega)$ grupno kašnjenje signala $x(t)$, a gornji indeks t označava da je u pitanju izvođenje na osnovu grupnog kašnjenja. Ovako definisana idealna TFD treba da ima spektralnu gustinu energije $|A(\omega)|^2$ lociranu u grupnom kašnjenju. Prethodno definisane idealne distruibucije nemaju veliki praktični značaj s obzirom da je za njihovo određivanje neophodno diferenciranje faze, odnosno FT signala, što se može učiniti jedino kod sintetičkih signala, sa potpuno poznatim talasnim oblikom. S toga se idealne TFD ne primjenjuju kod realnih signala, već služe samo za poređenje i mjeru kvaliteta različitih TFD.

3. Poželjene osobine vremensko frekvencijskih distribucija

U narednom tekstu naveden je spisak poželjnih vremensko-frekvencijskih distribucija. U listi osobina signal u vremenskom domenu se označava sa $x(t)$, njegova FT sa $X(\omega)$, vremensko-frekvencijska distribucija sa $TFD_x(t, \omega)$, t_i , gdje je indeks i cio broj, odnosi se na vremensku nezavisno promjenjivu, ω_i na frekvencijsku nezavisno promjenjivu, dok su a i c realne konstante.

TFO1 Realna vrijednost: $TFD_x(t, \omega)$ treba biti realna funkcija:

$$TFD_x(t, \omega) = TFD_x^*(t, \omega) \quad (41)$$

Prethodno svojstvo proizilazi iz činjenice da bi TFD trebala predstaviti raspodjelu energije signala u TF ravni. TFD bi trebala biti iz istog razloga, i nenegativna. Međutim, dok osobinu realnosti zadovoljava veliki broj TFD, osobina nenegativnosti je zadovoljena kod veoma malog broja praktično upotrebljivih TFD.

TFO2: Pomjeranje po vremenu: Ukoliko se analiziraju dva signala, $x(t)$ i $x'(t) = x(t - t_0)$, koja su istog oblika ali pomjereni po vremenu za t_0 , njihove TFD trebaju biti istog oblika i pomjerene po vremenu za istu vrijednost t_0 :

$$TFD_{x'}(t, \omega) = TFD_x(t - t_0, \omega) \quad (42)$$

TFO3: Pomjeranje po frekvenciji (modulacija): Za dva signala $x(t)$ i $x'(t)$ takva da je $x'(t) = x(t)e^{j\omega_0 t}$, što na osnovu osobine modulacije FT znači da je spektar drugog signala transliran u odnosu na spektar prvog reda za ω_0 , odnosno da važi $X(\omega) = X(\omega - \omega_0)$ i TFD drugog signala treba biti translirana po frekvenciji u odnosu na TFD prvog signala za istu vrijednost ω_0 :

$$TFD_{x'}(t, \omega) = TFD_x(t, \omega - \omega_0) \quad (43)$$

TFO4: Trenutna snaga signala: S obzirom da TFD treba da predstavlja raspodjelu energije signala u TF ravni, integral po frekvenciji za određeni trenutak vremena t treba da bude jednak trenutnoj snazi signala, odnosno energiji signala u datom trenutku t :

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} TFD_x(t, \omega) d\omega = |x(t)|^2 \quad (44)$$

TFO5: Spektar snage signala: Analogno prethodnoj osobini, integral TFD po vremenu za određenu frekvenciju ω treba da bude jednak spektralnoj gustini energije:

$$\int_{-\infty}^{\infty} TFD_x(t, \omega) dt = |X(\omega)|^2 \quad (45).$$

TFO6: Vremenski moment: Vremenski moment TFD trebali bi biti jednaki momentima signala:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} t^n TFD_x(t, \omega) dt d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} t^n |x(t)|^2 dt \quad (46)$$

za svako $n \in N_0$.

TFO7: Frekvencijski moment: Frekvencijski moment TFD trebali bi biti jednaki momentima spektra signala:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^n TFD_x(t, \omega) dt d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^n |X(\omega)|^2 d\omega \quad (47)$$

za svako $n \in N_0$.

TFO8: Skaliranje signala po vremenu: Ukoliko je poznata TFD osnovnog signala $x(t)$, TFD signala skaliranog po vremenu, tako da je $x'(t) = \sqrt{|a|}x(at)$, može se dobiti kao:

$$TFD_{x'}(t, \omega) = TFD_x(at, -\frac{\omega}{a}), \quad (48)$$

gdje je $a \neq 0$. Ova osobina proističe iz principa neodređenosti. Naime, povećanjem rezolucije u jednom domenu, smanjuje se rezolucija u drugom.

TFO9: Trenutna frekvencija signala:

$$\frac{\int_{-\infty}^{\infty} \omega TFD_x(t, \omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} TFD_x(t, \omega) d\omega} = \omega_i(t) = \frac{d}{dt} \arg[x(t)]. \quad (49)$$

Ova osobina je ispunjena samo kod onih signala, kod kojih je jasno definisan pojam trenutne frekvencije.

TFO10: Grupno kašnjenje:

$$\frac{\int_{-\infty}^{\infty} t TFD_x(t, \omega) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} TFD_x(t, \omega) dt} = t_g(\omega) = \frac{d}{d\omega} \arg[X(\omega)]. \quad (50)$$

I ovdje postoji isto ograničenje u pogledu smislenosti kao kod prethodne osobine.

TFO11: Ograničenja po vremenu: Ako je $x(t) = 0$ za $t \notin [t_1, t_2]$, tada je $TFD_x(t, \omega) = 0$ za $t \notin [t_1, t_2]$ i za svaku vrijednost ω .

TFO12: Ograničenja po frekvenciji: Ako je $X(\omega) = 0$ za $\omega \notin [\omega_1, \omega_2]$, tada je i $TFD_x(t, \omega) = 0$ za $\omega \notin [\omega_1, \omega_2]$ i za svako t .

TFO13: Konvolucija signala: Ukoliko je dat sistem sa impulsnim odzivom $h(t)$ i na njegovom ulazu je signal $x(t)$, TFD signala $x'(t)$ koji se dobija na izlazu ovog sistema, kao

$x'(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau)x(\tau)d\tau$ je jednaka:

$$TFD_{x'}(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} TFD_h(t - \tau, \omega) TFD_x(\tau, \omega) d\tau \quad (51)$$

gdje su $TFD_h(t, \omega)$ i $TFD_x(t, \omega)$ vremensko-frekvencijske distubucije impulsnog odziva $h(t)$ i ulaznog signala $x(t)$, respektivno.

TFO14: Proizvod signala: TFD proizvoda dva signala $x(t)$ i $h(t)$ treba biti jednaka konvoluciji po frekvenciji TFD ovih signala:

$$TFD_{x'}(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} TFD_h(t, \omega - \theta) TFD_x(t, \theta) d\theta \quad (52)$$

gdje je $x'(t) = x(t)h(t)$.

TFO15: FT signala: Ova osobina je izvedena po analogiji sa osobinom dualnosti vremena i frekevenције kod FT, po kojoj, ako je poznata FT signala $x(t)$ i jednaka je $X(\omega)$, FT signala $x'(t) = X(t)$ će biti jednaka $X'(\omega) = x(-\omega)$. Analogno TFD takvog signala će biti:

$$TFD_{x'(t)}(t, \omega) = TFD_x(-\omega, t). \quad (53)$$

TFO16: Čirp konvolucija: Ispunjenje ove i naredne osobine poželjno je u slučaju kada se analiziraju LFM signali. Treba da važi:

$$TFD_{x'}(t, \omega) = TFD_x(t - \frac{\omega}{c}, \omega), \quad (54)$$

$$\text{ako je } x'(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t - \tau) \sqrt{|c|} e^{jc\tau^2/2} d\tau.$$

TFO17 Čirp proizvod: Treba da važi:

$$TFD_{x'}(t, \omega) = TFD_x(t, \omega - ct), \quad (55)$$

$$\text{ako } x'(t) = x(t) e^{jct^2/2}.$$

TFO18: Moyal-ova osobina:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} TFD_x(t, \omega) TFD_{x'}(t, \omega) dt d\omega = \left(\int_{-\infty}^{\infty} x(t) x'(t) dt \right)^2. \quad (56)$$

Bitno je istaći da nijedna distribucija nema sve poželjne osobine, već zavisno od željenih rezultata u konkretnoj primjeni, bira ona TFD koja zadovoljava odgovarajuće osobine.

1.3.2 Linearne vremensko-frekvencijske reprezentacije

Vremensko-frekvencijska reprezentacija je linearna ako je za linearnu kombinaciju signala:

$$z(t) = Ax(t) + By(t) \quad (57)$$

jednaka odgovarajućoj linearnoj kombinaciji vremensko-frekvencijskih reprezentacija pojedinih signala:

$$TFD_z(t, \omega) = A \cdot TFD_x(t, \omega) + B \cdot TFD_y(t, \omega) \quad (58)$$

Linearnost je poželjno svojstvo u svim primjenama na analizu multikomponentnih signala. Dvije linearne vremensko-frekvencijske raspodjele od fundamentalnog značaja su Kratkotrajna Fourierova transformacija i Wavelet transformacija. Zbog dobrih performansi u slučaju analize signala sa polinomijalnom fazom i njene dalje primjene u radu, u ovom dijelu biće izložena i lokalna polinomijalna Fourierova transformacija.

1.3.3 Kratkotrajna Fourier-ova transformacija

Kratkotrajna Fourier-ova transformacija (Short Time Fourier Transform -STFT) je načešće korišćena alatka za analizu signala sa vremenski varirajućim spektralnim sadržajem. STFT se zasniva na veoma jednostavnom konceptu. Ukoliko se želi analizirati spektralni sadržaj signala u određenom trenutku t , uzme se mali dio signala centriran oko tog trenutka i izračuna se njegova FT. TFR se dobija ponavljanjem navedenog postupka za svaki trenutak [9][10]. Analitički, izraz za STFT je:

$$STFT(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \tau) w^*(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau, \quad (59)$$

gdje je $w^*(t)$ funkcija prozora upotrebljena za “ odsijecanje ” dijela signala za koji se u jednom trenutku računa FT. Na osnovu funkcije prozora u vremenskom domenu , zaključuje se da će množenjem signala odgovarajućom funkcijom prozora biti odbačene sve komponente signala van vremenskog opsega određenog trajanjem upotrebljene funkcije prozora oko posmatranog trenutka t . Funkcija prozora, dakle, kontroliše relativan udio signala $x(t)$ prilikom računanja njegove STFT za određeni trenutak t . S obzirom na ovakav način skraćivanja signala, sve varijacije spektra signala locirane u uskom opsegu oko posmatranog trenutka pojaviće se u trenutku t u STFT. Proizilazi da se dobra vremenska rezolucija postiže uzimanjem što je mogućemanih dijelova signala, odnosno, upotrebom prozora kratkog trajanja. Još jedan oblik STFT, koji ima iste vremensko-frekvencijske karakteristike je:

$$STFT(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) w^*(\tau - t) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (60)$$

Drugačija perspektiva se dobija ukoliko se STFT izrazi u zavisnosti od FT funkcije prozora i signala:

$$STFT(t, \omega) = \frac{e^{-j\omega t}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\theta) W^*(\theta - \omega) e^{j\theta t} d\theta \quad (61)$$

Zaključuje se da se, izuzimajući $e^{-j\omega t}$, STFT može predstaviti kao IFT skraćenog spektra $X(\theta)W^*(\theta - \omega)$. IFT skraćenog spektra se dalje može posmatrati kao rezultat prolaska signala kroz filter propusnik opsega. Budući da je $W(\theta)$ FT funkcija prozora i predstavlja frekvencijski odziv niskopropusnog filtra, $W(\theta - \omega)$ će biti frekvencijski odziv filtra

propusnika opsega sa centralnom učestanošću ω . Dakle, STFT na nekoj učestanosti ω biće rezultat prolaska signala kroz filter propusnik opsega centriranog oko te učestanosti. Možemo zaključiti da će frekvencijska rezolucija biti utoliko bolja, ukoliko je propusni opseg posmatranog filtra manji. S druge strane, na osnovu principa neodređenosti se zna da je nemoguće da su i funkcija prozora i njena FT proizvoljno kratkog trajanja. Stoga je glavni nedostatak STFT nemogućnost istovremenog postizanja dobre vremenske i frekvencijske rezolucije, pa je potrebno napraviti kompromis između njih. Uticaj širine funkcije prozora na rezoluciju je najlakše shvatiti proučavajući dva ekstremna slučaja njenog trajanja. Prvo slučaj, kojim se postiže idealna vremenska rezolucija, gdje je $w(t) = \delta(t)$ i $STFT(t, \omega) = x(t)e^{-j\omega t}$. U ovom slučaju STFT se svodi na posmatrati signal, zadržavajući sve vremenske varijacije signala, ali ne obezbjeđujući nikakve informacije o njegovom frekvencijskom sadržaju. Drugi slučaj je dobijanje idealne frekvencijske rezolucije, kada se koristi funkcija prozora neograničenog trajanja koja je konstantna i jednaka $w(t) = 1$. Sada je $STFT(t, \omega) = X(\omega)$, dakle, svodi se na FT i ne obezbjeđuje nikakvu vremensku rezoluciju [1][2][3][4]. U ovome slučaju nema informacije o trenutku pojavljivanja pojedinih komponenti u spektru signala.

Zaključuje se da će se u slučaju upotrebe male širine prozora postizati dobra vremenska rezolucija, dok će se upotrebim prozora veće širine postizati dobra frekvencijska rezolucija. Potrebno je pažljivo birati trajanje i oblik funkcije prozora, kako bi se postigla istovremeno što bolja vremenska i frekvencijska rezolucija. Jedna od osnovnih prednosti STFT je što se originalni signal lako može rekonstruisati na osnovu STFT primjenom IFT, pa dobijamo:

$$x(t + \tau) = \frac{1}{2\pi w(\tau)} \int_{-\infty}^{\infty} STFT(t, \omega) e^{j\omega \tau} d\omega \quad (62)$$

Vrijednost $x(t + \tau)$ se može izračunati za odgovarajuće t i vrijednost τ za koje je funkcija prozora znatno veća od nule. Budući da se prozori biraju tako da im se povećanjem τ vrijednosti približavaju nuli, rekonstrukcija signala se vrši tako da se izračuna $x(t + \tau)$ za vrijednosti τ do polovine trajanja funkcije prozora, npr. za Hann-ov prozor $|\tau| < T/2$. Nakon što se posmatra $STFT(t + T, \omega)$, izračuna njena IFT i ponovi isti postupak. U numeričkim računanjima integralna forma STFT trebala bi biti diskretizovana. To se vrši odabiranjem proizvoda $x(t + \tau)w^*(\tau)$ odgovarajućim korakom odabiranja. Da bi se mogla izvršiti diskretizacija potrebno je da ovaj složeni signal ima ograničen frekvencijski opseg, pa se

korak odabiranja uzima kao $\Delta t \leq \pi / \omega_m$, gdje je ω_m maksimalna kružna učestalost signala $x(t + \tau)w^*(\tau)$. Na osnovu definicije funkcije prozora, kao i činjenice da je gotovo uvijek dostupan konačan broj odbiraka posmatranog signala, zaključuje se da će i signal $x(t + \tau)w^*(\tau)$ biti ograničen po vremenu, što znači da neće imati ograničen frekvencijski opseg. U praksi se uvijek može frekvencijski opseg ovako dobijenog signala smatrati ograničenim, sa maksimalnom kružnom učestalošću ω_m . Imajući sve to na umu možemo pisati:

$$STFT(n\Delta t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(n\Delta t + \tau)w^*(\tau)e^{-j\omega\tau} d\tau \approx \sum_{m=-\infty}^{\infty} x((n+m)\Delta t)w^*(m\Delta t)e^{-jm\Delta t\omega}\Delta t. \quad (63)$$

Označavajući $x(n) = x(n\Delta t)\Delta t$ i normalizujući frekvenciju sa Δt dobija se STFT diskretizovana po vremenu:

$$STFT(n, \omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(n+m)w^*(m)e^{-jom} \quad (64)$$

STFT diskretizovana po vremenu je periodična sa periodom 2π , što znači da je dovoljno posmatrati njenu osnovnu periodu. Imajući u vidu da je signal vremenski ograničen korišćenjem prozora konačne širine, diskretizacija po frekvenciji trebala bi se vršiti sa brojem odbiraka jednakim ili većim od dužine prozora. Ukoliko se uzme da broj odbiraka po frekvenciji jednak trajanju funkcije prozora dobija se diskretna forma STFT:

$$STFT(n, k) = \sum_{m=0}^{N-1} x(n+m)w^*(m)e^{-j\frac{2\pi}{N}km} \quad (65)$$

$k=0,1,2,...,N-1$. Diskretna forma STFT se može računati za dati trenutak korišćenjem brze FT.

1.3.4 Wavelet transformacija

Kod STFT se odabirom trajanja funkcije prozora određuju vremenska i frekvencijska rezolucija i one će biti konstante i za niske i za visoke učestanosti. Osnovna ideja na kojoj se zasniva Wavelet transformacija je da rezolucija varira sa frekvencijom, i to tako da nižim frekvencijama odgovara bolja frekvencijska rezolucija, a višim bolja vremenska rezolucija. S obzirom na zavisnost rezolucije od širine prozora, prethodno navedeno se postiže variranjem

širine funkcije prozora, tako da se širina smanjuje sa povećanjem frekvencije. Analitički izraz za Wavelet transformaciju je:

$$WT(t, a) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h^* \left(\frac{\tau - t}{a} \right) d\tau \quad (66)$$

gdje je $h(t)$ (osnovni wavelet) realna ili kompleksna funkcija, dobro koncentrisana po vremenskoj i frekvencijskoj osi, centrirana oko $t=0$ u vremenskom domenu, $a = f_0 / f$ je faktor skaliranja, pri čemu je f_0 konstantna učestalost. Dakle, $h(t)$ je impulsni odziv filtra propusnika učestanosti, f_0 predstavlja centralnu učestanost filtra, dok je širina opsega proporcionalna frekvenciji f [4].

Postoji jaka formalna veza Wavelet i STFT transformacije, koja se dobija odabirom osnovnog wavelet-a kao $h(t) = w(t)e^{j\omega_0 t}$, gdje je $w(t)$ funkcija prozora, a ω_0 konstantna frekvencija. Kao i kod STFT i kod Wavelet transformacije je nemoguće istovremeno postići proizvoljno dobru vremensku i frekvencijsku rezoluciju, već je rezolucija određena odabirom osnovnog wavelet-a. Wavelet transformacija posjeduje svojstvo linearnosti, kao i mogućnost rekonstrukcije signala na osnovu njegove Wavelet transformacije, te stoga ima veliku primjenu u kodiranju signala i slike, analizi govora, seizmičkih i radarskih signala [4].

1.3.5 Lokalna polinomijalna Fourierova transformacija

Da bi se mogli što bolje proučavati signali čiji se frekvencijski sadržaj mijenja veoma brzo sa vremenom, a da se istovremeno zadrži veoma bitno svojstvo linearnosti, uvedene su transformacije koje su linearne u odnosu na signal, ali sa nelinearnim argumentom u eksponentu. Bitno mjesto među ovim transformacijama zauzima lokalna polinomijalna transformacija (Local Polynomial Fourier Transform - LPFT). LPFT je u TF analizu uveo Katkovnik [4]. LPFT M-tog reda signala $x(t)$ se definiše kao:

$$LPFT(t, \omega; \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_M) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \tau) w(\tau) e^{-j(\omega\tau + \omega_2\tau^2 + \omega_3\tau^3 + \dots + \omega_M\tau^M)} d\tau \quad (67)$$

gdje su $\{\omega_2, \omega_3, \dots, \omega_M\}$ koeficijenti kojima se žele eliminisati nestacionarnost signala $x(t)$ unutar prozora $w(\tau)$.

Na osnovu definicije LPFT date u gornjoj jednačini može se zaključiti da ona u određenom trenutku predstavlja FT proizvoda dijela signala odsječenog upotrijebljenim prozorom, prozora i funkcije sa nelinearnim eksponentom. Dakle, LPFT pored očuvanja svojstva linearnosti, posjeduje i reverzibilnost [4]. Originalni signal $x(t)$ se može dobiti na osnovu svoje LPFT korišćenjem IFT:

$$x(t + \tau)w(\tau)e^{-j(\omega_2\tau^2 + \omega_3\tau^3 + \dots + \omega_M\tau^M)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} LPFT(t, \omega; \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_M) e^{j\omega\tau} d\omega \quad (68)$$

iz čega se smjenom $\tau = 0$ dobija:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi\omega(0)} \int_{-\infty}^{\infty} LPFT(t, \omega; \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_M) d\omega \quad (69)$$

LPFT drugog reda, koja ima veliku primjenu u obradi signala, predstavlja specijalan slučaj LPFT za $M=2$:

$$LPFT(t, \omega; \omega_2) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \tau)w(\tau)e^{-j(\omega\tau + \omega_2\tau^2)} d\tau \quad (70)$$

LPFT drugog reda ima široku primjenu jer se veliki broj signala, koji se javlja u praksi ponaša kao PPS (signal sa polinomijalnom fazom) drugog reda. Neka se posmatra jedan takav signal:

$$x(t) = e^{j(a_1t + a_2t^2)} \quad (71)$$

LPFT drugog reda ovog signala će biti:

$$LPFT_x(t, \omega; \omega_2) = e \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \tau)w(\tau)e^{-j(\omega\tau + \omega_2\tau^2)} d\tau \quad (72)$$

Za vrijednost parametra $\omega_2 = a_2$, svodi se na:

$$LPFT_x(t, \omega; \omega_2) = e^{j(a_1t + a_2t^2)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j(a_1\tau + 2a_2t\tau)} w(\tau)e^{-j(\omega\tau)} d\tau = e^{j(a_1t + a_2t^2)} W(\omega - a_1 - 2a_2t) \quad (73)$$

Može se zaključiti da se upotrebom LPFT drugog reda, uz odgovarajući izbor koeficijenata ω_2 uklanja nestacionarnost, odnosno efekat linearne frekvencijske modulacije unutar prozora oko posmatranog trenutka t . Dakle, LPFT LFM signala se, za posmatrani trenutak t , svodi na FT eksponencijalne funkcije sa konstantnom ugaonom učestanošću jednakom $a_1 + 2a_2t$.

Ponavljanjem postupka za različite položaje prozora dobija se odgovarajuća TF reprezentacija signala.

LPFT odgovarajućeg reda daje dobre rezultate kod monokomponentnog PPS, kao i u slučaju multikomponentnih PPS sa istim koeficijentima i redom modulacije. U slučaju multikomponentnih PPS sa različitim koeficijentima modulacije, kombinacije PPS i stacionarnih signala, ili multikomponentnih PPS sa različitim redom polinoma u fazi pojedinih komponenti, LPFT ne daje dobre rezultate. Primjenom LPFT dolazi do poboljšanja koncentracije PPS čiji se koeficijenti i red modulacije poklapaju sa koeficijentima nelinearnih eksponenata upotrijebljenih u LPFT. Ostale komponente su dodatno frekvencijski modulirane unutar prozora i moguće slabije koncentrisane u odnosu na STFT. Značajan problem prilikom realizacije LPFT jeste, kako odabrati koeficijente upotrijebljene za njeno računanje, ukoliko ne postoje nikakve informacije o načinu i koeficijentima frekvencijske modulacije analiziranog signala. Jedan od načina za odabir potrebnih koeficijenata je uzimanje skupova parametara i odabiranje najbolje kombinacije na osnovu zadatog kriterijuma korišćenjem tzv. procjene sa najvećom vjerovatnoćom ili Maximum Likelihood (ML) procjene. Što je veći red LPFT i broj parametara u korišćenim skupovima, to će računanje LPFT biti numerički složenije sa stanovišta broja operacija. Za svaku kombinaciju parametara biće potrebno izračunati STFT i izvršiti jedno poređenje [1][2][3][4].

Diskretni oblik LPFT se definiše na sljedeći način.

$$LPFT(n,k) = \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} x(n+m)w(m)e^{-j(\frac{2\pi}{N}mk)} e^{-j(\omega_2 m^2 + \omega_3 m^3 + \dots + \omega_M m^M)} \quad (74)$$

Gdje su $x(n)$ i $w(n)$ signal i funkcija prozora, diskretizovani po vremenu.

1.3.6 Vremensko – frekvencijske reprezentacije II reda

Linearnost je poželjno svojstvo vremensko-frekvencijskih reprezentacija signala. Međutim, njihova kvadratna struktura je intuitivno razumna pretpostavka kada se žele interpretirati kao vremensko-frekvencijske distribucije energije, s obzirom na činjenicu da je energija kvadratna reprezentacija signala. U energetske vremensko-frekvencijskim distribucijama $TFD_x(t, \omega)$ signala $x(t)$, teži se iskombinovati koncept trenutne snage i spektralne gustine energije, pa je poželjno da energetske vremensko-frekvencijske distribucije zadovoljavaju

marginalna svojstva TFO4 i TFO5. Marginalna svojstva TFO4 i TFO5, povezuju integrale vremensko-frekvencijskih distribucija sa odgovarajućim gustinama energije po vremenu i frekvenciji, ali ne garantuju interpretaciju $TFD_x(t, \omega)$ kao vremensko-frekvencijske gustine energije u svakoj tački vremensko-frekvencijske ravni. Naime, princip neodređenosti onemogućava definisanje koncepta energije u određenom trenutku i frekvenciji. Polazeći od činjenice da trebaju predstavljati vremensko-frekvencijsku distribuciju energije, poželjno je da kvadratne TFD, osim graničnih uslova, zadovoljavaju svojstvo realnosti i pozitivnosti TFO1.

Kvadratne distribucije zadovoljavaju tzv. kvadratni princip superpozicije. Naime, ukoliko je dat signal $x(t) = C_1 x_1(t) + C_2 x_2(t)$, odgovarajuća kvadratna vremensko-frekvencijska distribucija biće:

$$TFD_x(t, \omega) = |C_1|^2 TFD_{x_1}(t, \omega) + |C_2|^2 TFD_{x_2}(t, \omega) + C_1 C_2^* TFD_{x_1 x_2}(t, \omega) + C_2 C_1^* TFD_{x_2 x_1}(t, \omega), (75)$$

gdje su $TFD_{x_1}(t, \omega)$ i $TFD_{x_2}(t, \omega)$ auto-članovi, a $TFD_{x_1 x_2}(t, \omega)$ i $TFD_{x_2 x_1}(t, \omega)$ kros članovi. Generalizujući kvadratni princip superpozicije za signal opšteg oblika, koji se sastoji od M komponenti, može se zaključiti da će odgovarajuća TFD sadržati M auto-članova oblika $|C_i|^2 TFD_{x_i}(t, \omega)$, kao i $M(M-1)/2$ kros-članova, koji će za svaki par komponenti $C_k x_k(t)$ i $C_l x_l(t)$ biti oblika $C_k C_l^* TFD_{x_k x_l}(t, \omega) + C_l C_k^* TFD_{x_l x_k}(t, \omega)$. Postoji veliki broj kvadratnih TFD, ali se može reći da među njima najznačajnije mjesto zauzimaju spektrogram, Wignerova distribucija i S-metod.

1.3.7 Spektrogram

Energetska verzija STFT ili spektrogram je definisan kao:

$$S_{pec}(t, \omega) = |STFT(t, \omega)|^2 = \left| \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \tau) w^*(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \right|^2. \quad (76)$$

Kod spektrograma se gubi svojstvo linearnosti i može se klasifikovati kao kvadratna vremensko-frekvencijska distribucija. Prednost spektrograma u odnosu na STFT je njegova realna vrijednost, a nedostatak, pored gubitka svojstva linearnosti, nemogućnost rekonstrukcije signala na osnovu njegovog spektrograma. [2]

1.3.8 Wigner-ova distribucija

Značajno mjesto među vremensko-frekvencijskim distribucijama II reda zauzima Wigner-ova distribucija. Njena primjena dovela je do značajnog napretka na polju vremensko-frekvencijske analize signala.[2] Ova distribucija se definiše na slijedeći način:

$$WD(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \tau/2) x^*(t - \tau/2) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (77)$$

Dok je Wigner-ova distribucija u frekvencijskom domenu definisana kao:

$$WD(t, \omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega + \theta/2) X^*(\omega - \theta/2) e^{j\theta t} d\theta \quad (78)$$

pri čemu su $x(t)$ i $X(\omega)$ Fourier-ov transformacioni par.

Za rekonstrukciju signala iz Wigner-ove distribucije koristi se slijedeća relacija:

$$x(\tau) = \frac{1}{2\pi x^*(0)} \int_{-\infty}^{\infty} WD(\tau/2, \omega) e^{j\omega\tau} d\omega \quad (79)$$

pri čemu je $t = \tau/2$.

Osobine Wigner-ove distribucije:

1. Realnost

$$WD_x^*(t, \omega) = WD_x(t, \omega) \quad (80)$$

2. Vremensko pomjeranje

$$WD_{x'}(t, \omega) = WD_x(t - t_0, \omega) \text{ za } x'(t) = x(t - t_0) \quad (81)$$

3. Frekvencijsko pomjeranje

$$WD_{x'}(t, \omega) = WD_x(t, \omega - \omega_0) \text{ za } x'(t) = x(t) e^{j\omega_0 t} \quad (82)$$

4. Marginalna svojstva

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} WD_x(t, \omega) d\omega = |x(t)|^2 \quad (83)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} WD_x(t, \omega) dt = |X(\omega)|^2 \quad (84)$$

Integrali Wigner-ove distribucije po frekvenciji i vremenu, odgovaraju trenutnoj snazi signala i njegovoj spektralnoj energiji, respektivno.

5. Vremenski momenti

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t^n WD_x(t, \omega) dt d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} t^n |x(t)|^2 dt \quad (85)$$

6. Frekvencijski momenti

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^n WD_x(t, \omega) d\omega dt = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^n |X(\omega)|^2 d\omega \quad (86)$$

7. Skaliranje

$$WD_{x'}(t, \omega) = WD_x(at, \omega/a) \text{ za } x'(t) = \sqrt{|a|}x(at), a \neq 0 \quad (87)$$

8. Trenutna frekvencija

$$\frac{\int_{-\infty}^{\infty} \omega WD_x(t, \omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} WD_x(t, \omega) d\omega} = \omega_i(t) = \frac{d}{dt} \arg[x(t)] \quad (88)$$

9. Kašnjenje

$$\frac{\int_{-\infty}^{\infty} t WD_x(t, \omega) dt}{\int_{-\infty}^{\infty} WD_x(t, \omega) dt} = t_g(\omega) = \frac{d}{d\omega} \arg[X(\omega)] \quad (89)$$

10. Ograničeno trajanje u vremenskom domenu

Ako je $x(t) = 0$ za t izvan $[t_1, t_2]$ onda je i $WD_x(t, \omega) = 0$ za t izvan $[t_1, t_2]$.

11. Ograničeno trajanje u frekvencijskom domenu

Ako je $X(\omega) = 0$ za ω izvan $[\omega_1, \omega_2]$ onda je i $WD_x(t, \omega) = 0$ za ω izvan $[\omega_1, \omega_2]$

12. Konvolucija

$$WD_{x'}(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} WD_h(t-t_0, \omega) WD_x(t_0, \omega) dt_0 \text{ ako je } x'(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-t_0)x(t_0)dt_0 \quad (90)$$

13. Proizvod

$$WD_{x'}(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} WD_h(t, \omega - \omega_0) WD_x(t, \omega_0) d\omega_0 \text{ za } x'(t) = h(t)x(t) \quad (91)$$

14. Fourier-ova transformacija

$$WD_{x'}(t, \omega) = WD_x(-\omega/c, ct) \text{ za } x'(t) = \sqrt{|c|} X(ct), c \neq 0 \quad (92)$$

15. Čirp konvolucija

$$WD_{x'}(t, \omega) = WD_x(t - \frac{\omega}{c}, \omega) \text{ za } x'(t) = x(t) * \sqrt{|c|} e^{jct^2/2} \quad (93)$$

16. Čirp proizvod

$$WD_{x'}(t, \omega) = WD_x(t, \omega - ct) \text{ za } x'(t) = x(t) e^{jct^2/2} \quad (94)$$

17. Moyal-ovo svojstvo

Estimacija i detekcija signala je bitan dio vremensko-frekvencijske analize. Da bi Wigner-ova distribucija bila optimalna u kontekstu detekcije signala treba da zadovolji osobinu unitarnosti, što definišemo Moyal-ovom formulom:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} WD_x(t, \omega) WD_y(t, \omega) dt d\omega = \left(\int_{-\infty}^{\infty} x(t) y(t) dt \right)^2 \quad (95)$$

gdje su $x(t)$ i $y(t)$ analitički signali.

Osnovna diskretna forma Wigner-ove distribucije dobija se primjenom teoreme o odabiranju:

$$WD(t, \omega) = \frac{T}{\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(t+mT) x^*(t-mT) e^{-2jamT} \quad (96)$$

gdje je $1/T$ frekvencija odabiranja, koja mora da zadovoljava uslov $T \leq \pi/2\omega_{\max}$, pri čemu je $\omega_{\max}$ maksimalna frekvencija signala. [1][2] [3]

1.3.8 Pseudo Wigner-ova distribucija

Tokom realizovanja Wigner-ove distribucije potrebno je uzeti u obzir i prozor $w(\tau)$ konačnog trajanja, tj. u tom slučaju se koristi pseudo forma Wigner-ove distribucije, definisana kao:

$$PWD(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} w(\tau/2) w^*(-\tau/2) x(t + \tau/2) x^*(t - \tau/2) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (97)$$

gdje prozor $w(\tau)$ lokalizuje posmatrani interval po varijabli τ . [2]

Diskretna forma Pseudo Wigner-ove distribucije je definisana kao:

$$PWD(n, k) = 2 \sum_{m=-N}^{N-1} w(m) w^*(-m) x(n+m) x^*(n-m) e^{-j4\pi nk/N} \quad (98)$$

1.3.10 S - Metod

S-metod je zasnovan na ideji očuvanja auto-članova kao i u Wignerovoj distribuciji, sa eliminisanjem ili značajnim smanjenjem kros članova. Ovaj metod se izvodi iz veze između STFT i Pseudo Wignerove distribucije: [2]

$$WD(t, \omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} STFT(t, \omega + \theta) STFT^*(t, \omega - \theta) d\theta. \quad (99)$$

Što vodi kao definiciji vremensko-frekvencijske distribucije:

$$SM(t, \omega) = \frac{1}{\pi} \int_{\theta} P(\theta) STFT(t, \omega + \theta) STFT^*(t, \omega - \theta) d\theta \quad (100)$$

gdje je $P(\theta)$ prozor konačnog trajanja u frekvencijskom domenu, $P(\theta) = 0$ za $|\theta| > L_p$.

Za potrebe praktičnih realizacija uvodi se diskretna forma S-metoda:

$$\begin{aligned} SM(n, k) &= \sum_{i=-L_d}^{L_d} P(i) STFT(n, k+i) STFT^*(n, k-i) = \\ &= |STFT(n, k)|^2 + 2 \operatorname{Re} \left[\sum_{i=1}^{L_d} P(i) STFT(n, k+i) STFT^*(n, k-i) \right] \end{aligned} \quad (101)$$

pri čemu je L_d širina prozora.

GLAVA II

2.1 Originalni podaci

Podaci čijim se predstavljanjem i analizom bavim u radu preuzeti su od Agencije za vodno područje Jadranskog mora – Mostar, kao i od JU „Vode Srpske“ Sektor za upravljanje oblasnim riječnim slivom Trebišnjice u Trebinju.

Agencija za vodno područje Jadranskog mora svojom djelatnošću pokriva vodno područje slivova Jadranskog mora – slivovi rijeka Neretve, Cetine i Krke u granicama Federacije BiH. Agencija za područje na kome je nadležna organizuje, prikuplja, upravlja i distribuira podatke o vodnim resursima u skladu sa odredbama Zakona o vodama uključujući i uspostavu i održavanje informacionog sistema voda [29] .

Rijeka Neretva je najduža i najveća rijeka u istočnom jadranskom slivu. Izvire na nadmorskoj visini od 1.095 metara ispod planina Zelengore i Lebršnik u BiH i kroz tu zemlju protiče u dužini od 203 km, a posljednjih 22 km teče kroz Hrvatsku. Neretva od izvora prema ušću prvo teče od jugoistoka prema sjeverozapadu, tvoreći tako i sjevernu granicu Hercegovine. Nedaleko od Konjica i Ramskog kraja skreće prema jugu, i teče u smjeru od sjevera prema jugu [29] .

JU „Vode Srpske“, Sektor za upravljanje oblasnim riječnim slivom Trebišnjice - Trebinje prikuplja i upravlja sa podacima sa sliva rijeke Trebišnjice na teritoriji Republike Srpske. Trebišnjica je hercegovačka rijeka ponornica duga 96,5 km koja izvire na nadmorskoj visini od 398 metara. Oblasni riječni sliv rijeke Trebišnjice obuhvata sliv rijeke Trebišnjice sa podslivovima rijeke Mušnice, Sušice, pretežni dio podsliva Dubrovačke rijeke (Ombla), sa pridruženim podzemnim tokovima sa više od stotinu izvorišta, koja se nalaze u rejonima od Duboke ljute do Metkovića i od Metkovića do Svitavsko-Deranskog blata, kao i pripadajući dio sliva rijeke Neretve. Trebišnjica je dio kompleksa podzemnih i nadzemnih rijeka čije je krajnje ishodište Jadransko more, to jest rijeka Ombla (poznata i pod imenom Rijeka dubrovačka) koja se ulijeva u more kod Dubrovnika. Širi sliv Trebišnjice je tipično područje Dinarida, sa svim fenomenima koji se na njemu nalaze. Za hidroenergetski potencijal od značaja su, pored riječnih tokova, kaskadno poređana i hidrološki zatvorena kraška polja, koja

se pružaju od kote oko 950 m.n.m. do 220 m.n.m. Područje sliva rijeke Trebišnjice je jedno od najbogatijih padavinama u Evropi. One prosječno godišnje iznose 1,800 mm. [30]

Dostupni su podaci koji predstavljaju slijedeće hidrometeorološke veličine:

- Vodostaj, jedinica: cm,
- Protok, jedinica m^3/s ,
- Temperatura, jedinica: $^{\circ}\text{C}$,
- Padavine, jedinica mm.

Podaci su prikupljeni na mjernim mjestima postavljenim na rijekama Neretvi i Trebišnjici. Tipovi stanica sa kojih su prikupljeni podaci su automatske hidrološke i meteorološke stanice. Više detalja o samim mjernim mjestima i o radu automatskih stanica dat je u nastavku rada.

2.1.1 Mjerenje vodostaja

Procesi u prirodi, kao što su vremenske serije meteoroloških i hidroloških veličina, su slučajni procesi. Poznato je da postoji beskonačan broj mogućih realizacija slučajnog procesa. Ove realizacije se nikada ne ponavljaju niti se mogu (voljom čovjeka) reprodukovati. Jedini način da se ovakav proces izuči se sastoji u dugotrajnom mjerenju relevantne hidrološke ili meteorološke veličine. Pod mjerenjem se podrazumijeva uspostavljanje, upravljanje i održavanje vodomjernih stanica, te obrada i predstavljanje prikupljenih podataka.

Vodostaj površinskih voda označava nivo vode u vodotoku, jezeru, moru ili akumulaciji i mjeri se u metrima (m) ili centimetrima (cm). Na nekom uređenom mjernom mjestu za mjerenje vodostaja (vodomjerna hidrološka stanica) vodostaj se mjeri u odnosu na neku referentnu visinsku tačku ("kotu nule") za koju je prethodno geodetski određena nadmorska visina. Za neposredno očitavanje vodostaja koriste se vodomjerne letve postavljene na način da se na njima očitava vodostaj relativno u odnosu na kotu nule. Na isti način vodostaji se mogu i trajno registrovati (zapisivati) upotrebom analognih ili digitalnih instrumenata za mjerenje vodostaja. [28]

Podaci korišteni u ovom istraživanju zabilježeni su korištenjem modernih elektronskih uređaja. Ovi moderni uređaji omogućavaju i prenos mjernih podataka na daljinu. Sastoje se iz četiri glavna dijela: (i) senzora koji mjeri ili registruje promjene u mjernom parametru, (ii) uređaja koji pretvara izlazne signale senzora u format prikladan za prenos na daljinu, (iii) dijela sistema za prenos podataka od senzora do određene lokacije i (iv) prijemnika podataka gdje se oni dekodiraju, sortiraju, provjeravaju i dalje distribuiraju.

Najčešći meteorološki i hidrološki podaci koji se danas prenose na daljinu su: nivo vode (vodostaj), temperatura vode, pH vode, visina padavina, temperatura zraka, brzina i smjer vjetra, radijacija, pritisak vazduha i debljina snježnog pokrivača, itd. Naravno, za mjerenje svakog od navedenih parametara se izrađuju posebni senzori.

Prenos podataka obično se vrši putem standardne telefonske ili GSM mreže. Još se vrlo široko koristi i prenos podataka putem VHF signala. Danas je već u operativnom pogonu satelitski prenos podataka. Ovaj prenos podataka zahtijeva prethodnu dogradnju postojećih uređaja (limnigrafa).

Sve vrijednosti vodostaja koje su korištene u ovome radu su date u centimetrima (cm). Svakodnevni vodostaji prikazani su kao srednji dnevni vodostaji. Na vodomjernim stanicama gdje se vodostaji čitaju samo jednom dnevno (jutarnji vodostaji) očitane vrijednosti su prikazane kao srednji dnevni vodostaji. Na limnigrafskim stanicama gdje se vrši kontinuirano bilježenje vodostaja - srednji dnevni vodostaji su dobiveni obrađivanjem limnigrafskih traka, a na automatskim stanicama osrednjavanjem satnih vrijednosti vodostaja.[29]-[34]

Posmatrane stanice, tj. stanice sa kojih su u ovome radu korišteni podaci o vodostaju i protoku, datu se u tabeli ispod, zajedno sa informacijama o „koti nule“ i godinom početka rada stanice.

Tabela 1 : *Automatske hidrološke stanice sa sliva rijeke Neretve*

Stanica	Rijeka	Sliv	Godina početka rada	Kota „0“
HS Mostar	Neretva	Jadransko more	1923	40,29 mnm
HS Bačevići	Neretva	Jadransko more	1957	30,58 mnm
HS Žitomislići	Neretva	Jadransko more	1923	16,25 mnm
HS Gabela	Neretva	Jadransko more	1923	0,78 mnm

2.1.2 Mjerenje temperature vazduha

Temperatura vazduha spada među najvažnije klimatske elemente. Zavisi od sunčeve radijacije, odnosno od toplotnog bilansa. Temperatura vazduha se menja po prostoru i vremenu, a određuje: klimatske sezone, isparavanja, razmjenu vlage, oticaj, ledene pojave i druge hidrometeorološke pojave.

Kao i drugi meteorološki elementi, temperatura vazduha se mjeri kvantitativno najčešće u stepenima celzijusa (°C). Za mjerenje temperature koriste se materijali koji mijenjaju svoje osobine pod uticajem temperature, kao što je živa ili alkohol u staklenim termometrima, dva metala koji se različito šire (bimetal) u termografima, itd. Na meteorološkim stanicama u Bosni i Hercegovini se najčešće koriste obični živini termometri (mokri i suvi), maksimalni živin i minimalni alkoholni termometar, termograf (instrument za registrovanje temperature u vremenu) i drugi. Suhi i mokri termometri služe za određivanje vlage vazduha, preciznije pritiska vodene pare *e*.

Mjerenje temperature vazduha vrši se u meteorološkim zaklonima koji se nalaze na visini 2 m iznad površine zemlje. Meteorološki zaklon štiti sve instrumente koji se u njemu nalaze od neposrednog uticaja zračenja, vjetrova i padavina, a izrađen je tako da osigura stalnu cirkulaciju sa vazduhom izvan zaklona, kako bi se omogućilo mjerenje realnih karakteristika vazduha.

Ako se temperatura očitava diskontinualno, srednja dnevna temperatura vazduha se određuje na slijedeći način:

$$\bar{t} = (t_7 + t_{14} + 2t_{21}) / 4$$

gdje indeksi označavaju vremena očitavanja temperature (7, 14 i 21 sat). Termometri i termograf su smješteni u tzv. meteorološkom zaklonu, na 2 m iznad površine tla.

Prosječne mjesečne temperature se određuju kao aritmetička sredina srednjih dnevnih temperatura u datom mjesecu. Višegodišnji prosjek se dobija kao aritmetička sredina mjesečnih temperatura u periodu osmatranja.

2.1.3 Mjerenje protoka

Protok vode je jedan od najosnovnijih i najvažnijih hidrauličkih i hidroloških elemenata vodnog toka. Na bazi njega, određuju se i ostali parametri vodotoka. On služi kao osnovna i najznačajnija informacija za sve radove na i u vezi sa vodotokom. To je neophodan preduslov za vršenje projektantskih i izvedbenih radova na vodotoku ili u vezi s njim, bez obzira radi li se izričito o hidrotehničkim objektima ili o objektima za čije se pravilno djelovanje koristi određena količina vode.

Protok predstavlja volumen vode koja protiče kroz neku proticajnu površinu u jedinici vremena. U hidrometriji se protok najčešće iskazuje u kubnim metrima u sekundi (m^3/s) ili u litrama u sekundi (l/s). Protok je izvedena veličina koja se, kao takva, najčešće određuje posredno – mjerenjem brzine strujanja vode i površine proticajnog presjeka. Za mjerenje brzine strujanja vode koriste se pritom različite vrste instrumenata – od klasičnih hidrometrijskih krila do sofisticiranih ultrazvučnih i elektromagnetskih uređaja. Površina proticajnog profila određuje se geodetskim i batimetrijskim snimanjem konfiguracije terena. [15][28]

Sve vrijednosti protoka koje su korištene u ove radu su date u (m^3/s). Svakodnevni protoci, tj. podaci koji su preuzeti iz Hidroloških godišnjaka, su prikazani kao srednji dnevni protoci. Ovi protoci dobiveni su preko srednjih dnevnih vodostaja i "krivih protoka" (QH krive, zavisnos protoka od vodostaja). Na onim hidrometrijskim profilima koji imaju promjenjivo riječno korito proračun srednjih dnevnih protocaja vršen je preko "familije krivih protoka" za pojedine periode u toku godine. [31]-[36]

2.1.4 Mjerenje padavina

Padavine se mjere na određenim lokacijama (kišomjernim stanicama). Gustina mreža padavinskih stanica jako varira od države do države ali i unutar pojedinih regija u pojedinoj državi, što je lako objasniti ne samo razvijenošću pojedine države ili regije već i potrebom za podacima o padavinama. Gotovo je pravilo da svaka država ima svoje vlastite kriterije i principe pri globalnom ali i lokalnom planiranju i projektovanju mreže padavinskih stanica. [15]

S obzirom na različite vrste padavina kao i na njihov udio u vodnom bilansu postoje različiti načini ali i različiti pristupi mjerenju. Razumljivo je da su najbrojnija mjerenja kiše zatim snijega a potom rose. Ostale padavine se produciraju u vrlo malim količinama u poređenju sa tri nabrojena tipa, te im se adekvatno tome i pri mjerenju posvećuje bitno manja pažnja.

Mjerenje padavina iz oblaka koje padnu na zemlju, bilo u tečnom ili čvrstom stanju, vrši se na taj način, što se odredi koliko je visok sloj vode u mm, koji u toku izvjesnog vremenskog perioda padne na vodoravnu površinu. Za mjerenje padavina služe: kišomjer, pluviograf i totalizator. Pluviograf (ombrograf) je instrument za neprekidno praćenje količina i trajanja padavina.

Podaci mjerenja padavina na kišomjernim stanicama se obrađuju radi kvantifikacije ukupnih padavina za različite vremenske periode diskretizacije padanja kiše. Tip obrade zavisi od namjene. Tako, na primjer, za bilansiranje vode na određenom području neophodni su podaci za duži vremenski period diskretizacije, kao što su: dan, mjesec, sezona i godina. Međutim, za određivanje mjerodavnih padavina, za proračun maksimalnih proticaja na manjim slivnim područjima, neophodni su podaci o intenzitetima tzv. jakih kiša.

Dnevne sume padavina dobijaju se mjerenjem na običnom kišomjeru koje se vrši regularno svakog dana u 7 sati. Taj podatak tretira se kao padavina toga dana, iako se odnosi na prethodni 24-satni period. Bilježi se i publikuje kao podatak o dnevnoj sumi padavina u (mm).

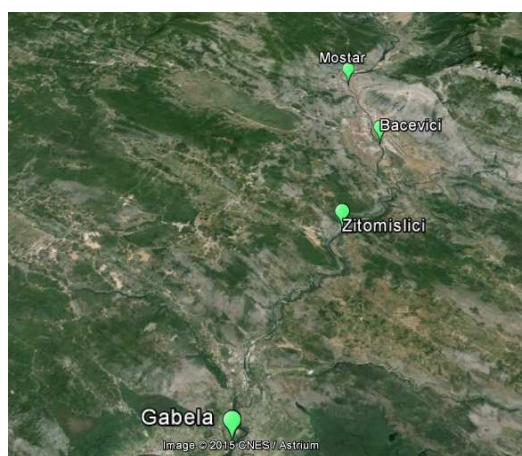
2.2 Format analiziranih podataka

Stanice sa kojih su prikupljani podaci o vodostaju korišćeni u istraživanju nalaze se na lokacijama prikazanim na slici 1. Detaljniji podaci o tim stanicama dati su u prethodnom poglavlju .

Za potrebe istraživanja korišćeni su „sirovi“ i sređeni podaci o vodostaju , tj. podatci koji su obrađeni za potrebe sastavljanja Hidrološkog godišnjaka [31]-[36]. Agencija nadležna za prikupljanje pomenutih podataka, Agencija za vode Jadranskog mora – Mostar, dostavila ih je u formi excel tabela (.xls). Obrađeni su sljedeći intervali podataka:

- HS Baćevići (srednja dnevna vrijednost vodostaja za 2004, 2005, 2006, 2007, 2008 i 2009 godinu)

- HS Gabela (srednja dnevna vrijednost vodostaja za 2004, 2005, 2006, 2007, 2008 i 2009 godinu)
- HS Mostar (srednja dnevna vrijednost vodostaja za 2004, 2005, 2006, 2007, 2008 i 2009 godinu)
- HS Žitomislići (srednja dnevna vrijednost vodostaja za 2004, 2005, 2006, 2007, 2008 i 2009 godinu)



Slika 6. *Lokacije HS stanica, preuzete sa Google Earth-a*

Protok je izražen u m^3/s . Dostupni su slijedeći obrađeni podaci, tj podaci iz Hidrološkog godišnjaka Agencije za vodno područje Jadranskog mora. Ove sredene podatke smo preuzeli u formatu *xlsx* fajla.

- HS Bačevici (srednja dnevna vrijednost protoka za 2004, 2005, 2006 i 2007 godinu)
- HS Mostar (srednja dnevna vrijednost protoka za 2004, 2005, 2006 (nedostaju podaci za drugu polovinu 7-og mjeseca, 8. mjesec, 9., 10., 11. i 12. mjesec), 2007, 2008 i 2009 godinu)
- HS Žitomislići (srednja dnevna vrijednost protoka za 2004, 2005, 2006, 2007, 2008 i 2009 godinu)

Također su obrađeni sirovi podaci sa automatskih hidroloških stanica Mostar, Baćevići, Žitomislići i Gabela. Pod izrazom „sirovi podaci“ smatraju se podaci direktno preuzeti sa uređaja za mjerenje (očitanje). Podaci se prikupljaju pomoću softvera OTT hydras. OTT hydras je komunikacijski softver, i osnovna funkcija mu je prikupljanje podataka sa udaljenih mjernih stanica preko modema. Sirovi podaci se pohranjuju u formi .txt i .xlsx fajlova čija je struktura prikazana u tabeli 2.

Tabela 2. *Primjer organizacije dijela xls datoteke (vodostaj)*

1.1.2004 0:30	251
1.1.2004 1:00	290
1.1.2004 1:30	307
1.1.2004 2:00	267
1.1.2004 2:30	252

Iz navedenih primjera vidimo da se očitavanje podataka vrši na svako pola sata. Na raspolaganju su podaci od 01.01.2004. godine do 18.01.2012. godine za mjerno mjesto u Mostaru, i podaci od 01.01.2012.-31.12.2012 za Baćeviče, Žitomislić i Gabelu. Ovaj oblik podataka je pogodan za digitalnu obradu, naravno uz prilagođavanje osa za taj prikaz. Tokom istraživanja implementirani su modeli za učitavanje podataka i njihovo prilagođavanje za digitalnu obradu.

Tabela 3. *Primjer organizacije dijela txt datoteke (vodostaj)*

01.01.2004;0:30;251
01.01.2004;1:00;290
01.01.2004;1:30;307
01.01.2004;2:00;267

Pored mjerenja sa frekvencijom uzrokovanja od pola sata za automatsku hidrološku stanicu Mostar, dostupna su i petnaesto-minutna mjerenja. Iz vremenske serije podataka koja je na raspolaganju za ovu lokaciju izabran je interval od 19.01.2012. – 01.01.2015. godine. Struktura i organizacije fajlova za petanesto-minutnim podacima je identična kao i kod podataka za polusatnim uzrokovanjem.

Analizirani meteorološki podaci su prikupljeni na meteorološkoj stanici Bileća. Osnovni podaci o ovoj stanici dati su u tabeli ispod.

Tabela 4. *Podaci o meteorološkoj stanici Bileća*

Meteorološka stanica Bileća (MS Bileća)	
Napomena: Do 1972. godine stanica je bila na koti 476 mn.m.	
Sliv:	Trebišnjica
Nadmorska visina:	508 m
Geografska širina:	42 ⁰ 53'
Geografska dužina:	18 ⁰ 27'

- MS Bileća: Srednja dnevna temperatura (°C). Interval od 1952-2008, sa određenim brojem nedostataka, forma .xls.

Tabela 5. *Primjer organizacije .xls fajla srednjih dnevnih temperatura (°C) izmjerenih na MS Bileća*

1.1.1952	5.9
2.1.1952	5.6
3.1.1952	3.9
4.1.1952	4.3
5.1.1952	1.1
6.1.1952	1.2
7.1.1952	-0.2
8.1.1952	3.1
9.1.1952	3.3
10.1.1952	4.6

Padavine su podatak koji je mjeran i zapisivan u najdužem vremenskom periodu. Analizirani su slijedeći podaci:

- MS Bileća: Dnevne padavine (mm), za intervale 1947-1950, 1952-1990, 1994-2012, sa određenim brojem nedostataka, forma .xls.

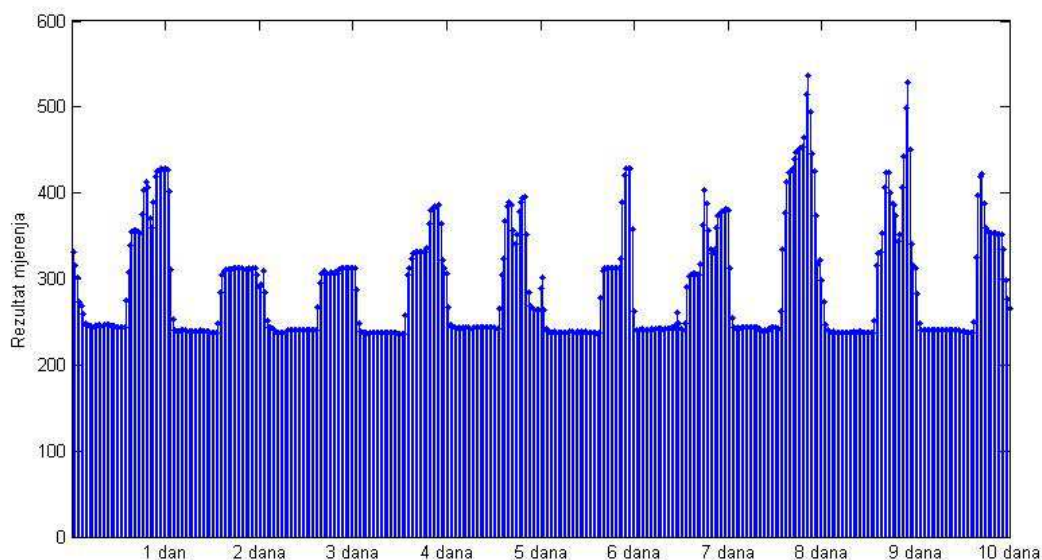
Tabela 6. *Primjer organizacije .xls fajla dnevnih padavina (mm) izmjerenih na MS Bileća*

1.1.1947	0
2.1.1947	0
3.1.1947	0
4.1.1947	0
5.1.1947	0
6.1.1947	3
7.1.1947	0
8.1.1947	0
9.1.1947	0
10.1.1947	0
11.1.1947	0

2.3 Osobine hidrometeoroloških signala

U ovom poglavlju prikazane su osnovne osobine hidrometeoroloških signala, na sličan način kao što je i u urađeno u prethodnim konferencijskim radovima, Jahorina [9] i Etran [10]. Zanimljiva primjena neuralnih mreža na ovaj set podataka je prikazana u radu za Neurel međunarodnu konferenciju [11]. Vrijednosti i međusobne veze meteoroloških i hidroloških veličina zasnivaju se na fizičkim zakonima prirodnih pojava, pa bi se moglo pomisliti da se to povezivanje može definisati pomoću poznatih zakona. Međutim, redovno se radi o mnoštvu geografsko-fizičkih parametara koji učestvuju u formiranju konkretne pojave, a koji nam u kvantitativnom smislu, a ponekad ni teorijski, nisu poznati. Zbog toga se izmjereni pokazatelji meteoroloških i hidroloških pojava smatraju **slučajnim signalima**. [9][10]

Mjerenje tih meteoroloških i hidroloških veličina daje **diskretni niz** podataka, u kojem su prikazane vrijednosti varijabli svakih pola sata, sat, dan, mjesec godinu ili više, zavisno od dostupnih podataka. Na slici 2. je prikazan diskretni signal vodostaja koji predstavlja deset dana izmjerenog vodostaja na automatskoj hidrometeorološkoj stanici Mostar. Frekvencija uzorkovanje je na svakih pola sata, tako da u okviru od deset dana imamo 480 izmjerenih vrijednosti. Svaki vremenski niz dobijen mjerenjem sadrži osim vrijednosti veličine i šum koji je rezultat netačnosti postupka mjerenja ili interpretacije podataka. [9][10]



Slika 7. *Signal vodostaja izmjeren na automatskoj hidrološkoj stanici Mostar, trajanje mjerenja 10 dana, frekvencija uzorkovanja: polusatno*

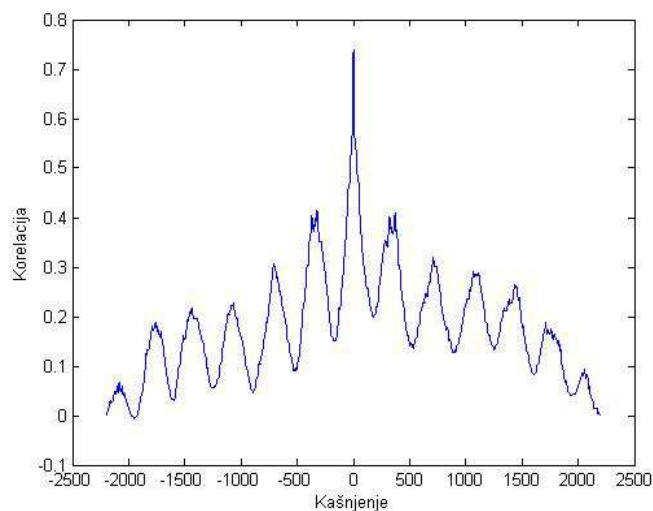
Na grafiku sa slike 2. na apscisnoj osi je predstavljeno vrijeme mjerenja, izraženo u danima, a na ordinatnoj osi je vrijednost vodostaja izražena u centimetrima.

Složenost realnih podataka koji su predmet razmatranja ovog rada nameću potrebu prepoznavanja klasa signala kojima podaci pripadaju, kako bi se došlo do relevantnih zaključaka o posmatranim pojavama. Poznavanje klase signala nameće zaključke o određenim svojstvima koje ti signali posjeduju. U klasičnoj teoriji obrade signala slučajni signali se dijele na stacionarne i nestacionarne. Za vremenski niz podataka se kaže da je stacionaran (u širem smislu) ako su svi njegovi statističkih parametari nezavisni od vremena, tj. ako je srednja vrijednost konstantna veličina, a auto-korelaciona funkcija ne zavisi od trenutka posmatranja [1][2]. Signali koji su stacionarni u širem smislu su i ergodični, to jest, statistika signala sadržana je u pojedinačnim realizacijama tog signala. Nestacionarni signali mogu, a ne moraju biti ergodični. Ispitivanje navedenih svojstava podrazumijeva dizajniranje složenih numeričko-statističkih eksperimenata, i određuju smjernice ovog i budućih istraživanja predmetne problematike.

Imajući u vidu promjenljivost klimatskih karakteristika u vremenu, kao i uticaj djelatnosti čovjeka na promjenu prirodne sredine, može se konstatovati da su svi hidrološki i meteorološki signali, ako se posmatraju u makrorazmerama, **nestacionarni**. Nestacionarnost koju uzrokuju hidroklimatske promjene održava se preko trendova, periodičnosti, itd. Za relativno manje raspone vremena one mogu zadržati karakteristike stacionarnih serija. Zbog toga pretpostavka o nestacionarnosti mora biti ispitana na dužim vremenskim nizovima jer kod kratkih parcijalnih nizova ona vrlo vjerovatno ne može biti pouzdano ispitana. [10] Kroskorelacija dva signala otkriva zajedničke karakteristike tj. sličnost, povezanost ili zavisnost dva signala $x(n)$ i $y(n)$ [1][18]. U slučaju diskretnih signala kroskorelacija se definiše kao:

$$r_{xy}(n, m) = E[x(n) * y(m)] \quad (102)$$

gdje $E[\cdot]$ označava operator matematičkog očekivanja, to jest srednje vrijednosti.



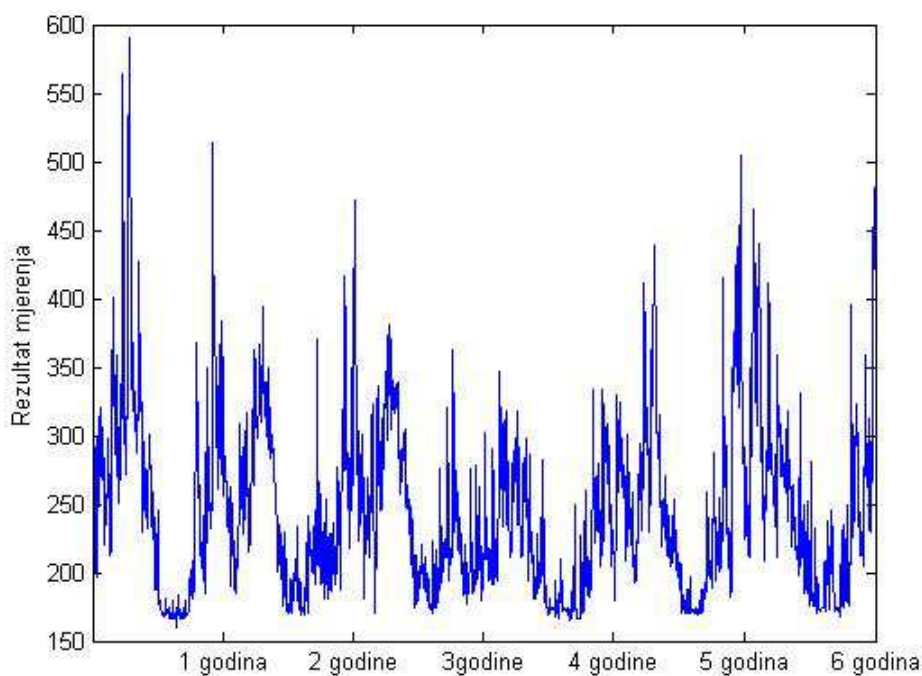
Slika 8. *Kroskorelacija signala srednjeg dnevnog vodostaja sa stanica Žitomislić i Gabela (1 godina mjerenja)*

Kroskorelacija signala srednjeg dnevnog vodostaja sa stanica Žitomislić i Gabela (podaci iz Hidrološkog godišnjaka) daje očekivane rezultate, tj. kroskorelacija ima maksimum u $m = 0$, a naredni maksimumi se pojavljuju na rastojanju od jedne godine (365 vrijednosti mjerenja). Interesantno je spomenuti da za $|m| > 0$ i dalje postoji velika kroskorelacija (međuzavisnost) između posmatrana dva signala, što daje informaciju o tome da su srednji dnevni vodostaji mjereni na dvijema različitim stanicama bili podložni određenim zajedničkim uticajima tokom godina. [10]

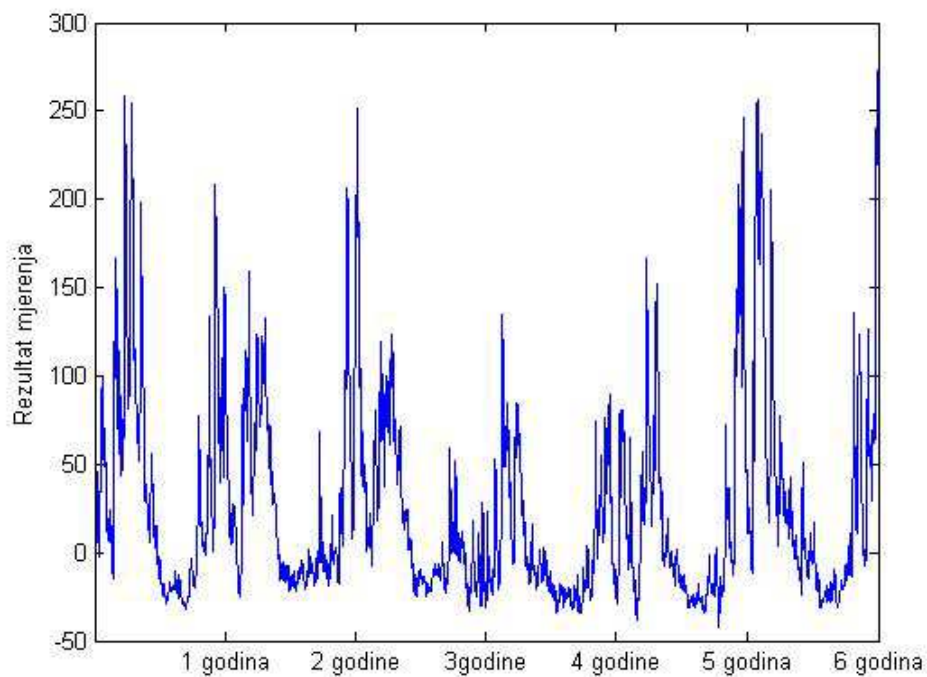
GLAVA III

3.1 Priprema podataka za vremensko frekvencijsku analizu

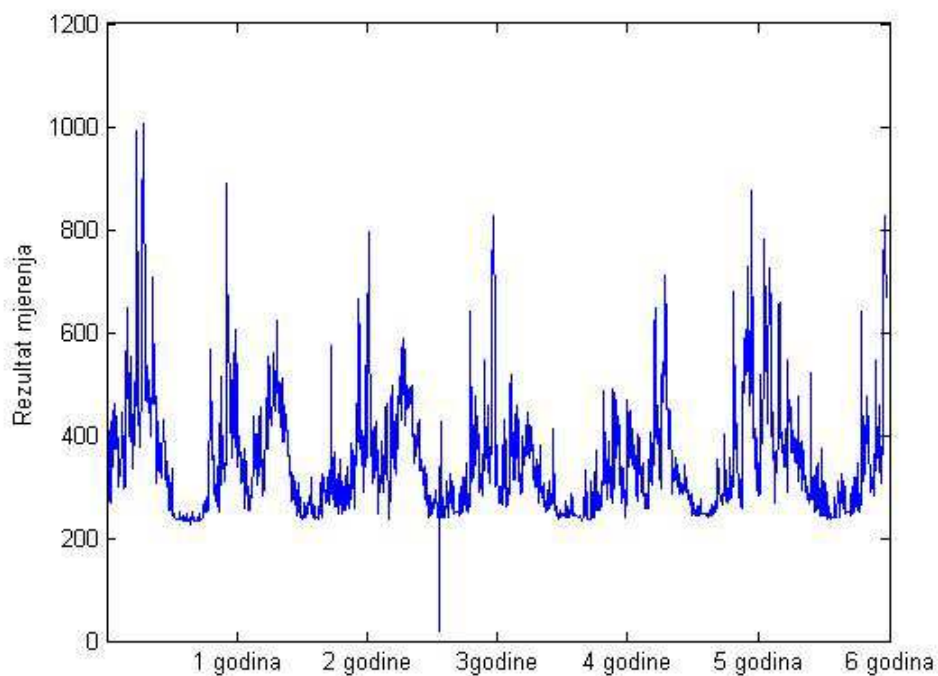
Prvi korak u vremensko-frekvencijskoj analizi pomenutih podataka je bila priprema podataka za digitalnu obradu. Za te potrebe implementirana je metoda za njihovo učitavanje i izdvajanje korisne informacije za tu vrstu analize. Na graficima ispod (slika 9., slika 10., slika 11., slika 12., Slika 13. i slika 14.) prikazani su neki od analiziranih signala i pri tome je za njihovo učitavanje korištena posebno implementirana metoda.



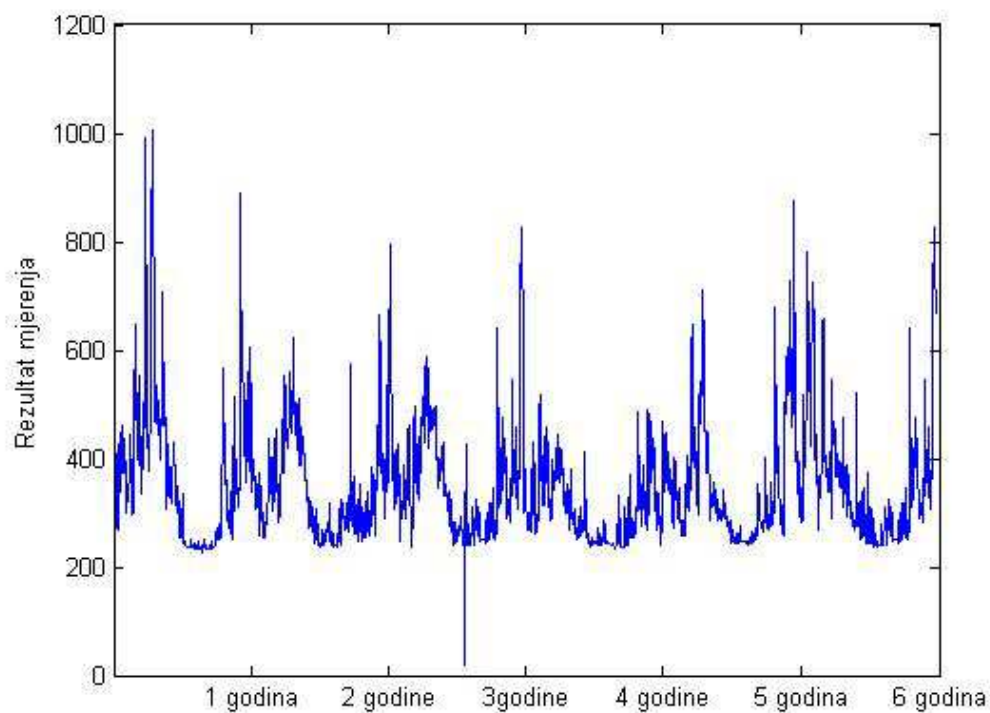
Slika 9. HS Baćevići (srednja dnevna vrijednost vodostaja za 2004, 2005, 2006, 2007, 2008 i 2009 godinu)



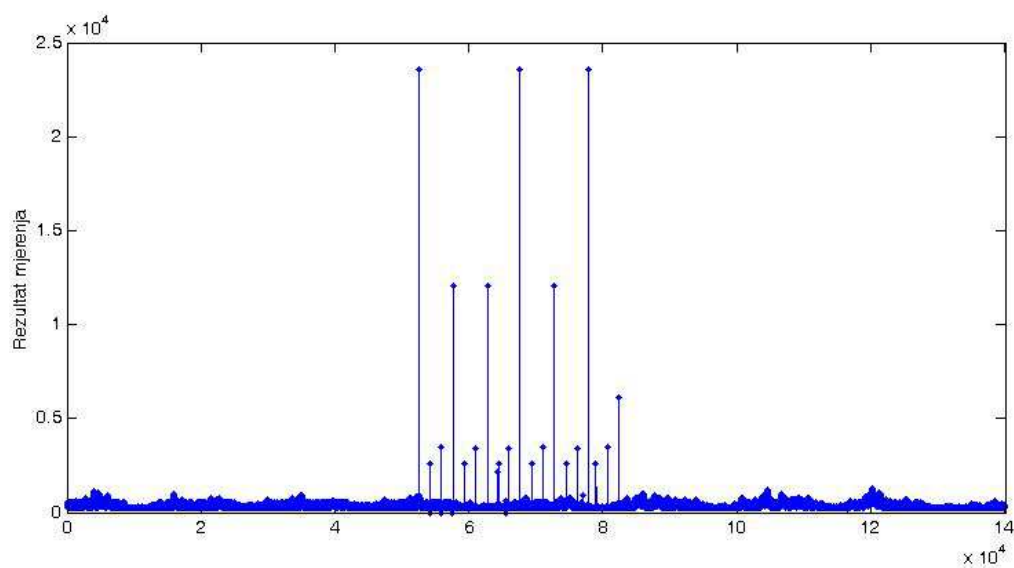
Slika 10. HS Gabela (srednja dnevna vrijednost vodostaja za 2004, 2005, 2006, 2007, 2008 i 2009 godinu)



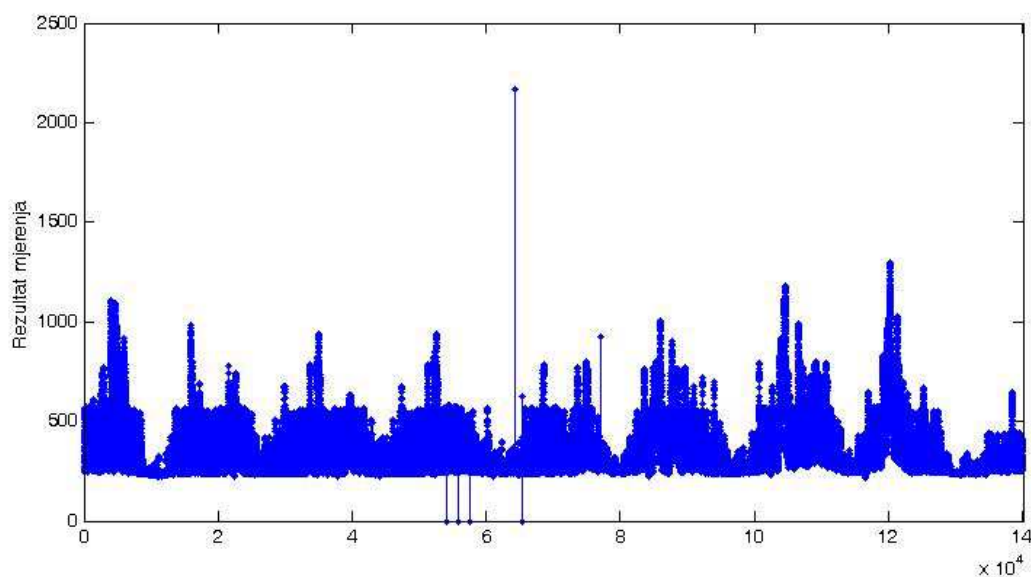
Slika 11. HS Mostar (srednja dnevna vrijednost vodostaja za 2004, 2005, 2006, 2007, 2008 i 2009 godinu)



Slika 12. *HS Mostar (srednja dnevna vrijednost vodostaja za 2004, 2005, 2006, 2007, 2008 i 2009 godinu)*

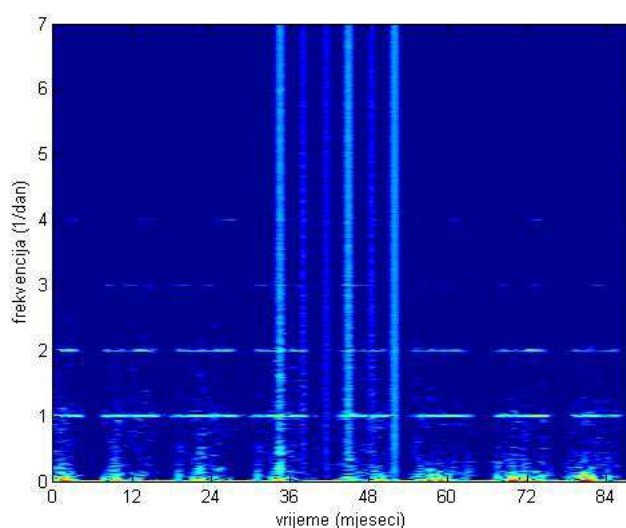


Slika 13. *Mostar, podaci sa automatske hidrološke stanice, interval: 01.01.2004.-18.01.2012, frekvencija uzrokovanja: polusatno (*postoje greške u mjerenju, ekstremne vrijednosti)*



Slika 14. *Mostar, podaci sa automatske hidrološke stanice, interval: 01.01.2004.-18.01.2012, frekvencija uzrokovanja: polusatno (*bez grešaka u mjerenju, tj. izostavljeni iregularni trenutci mjerenja)*

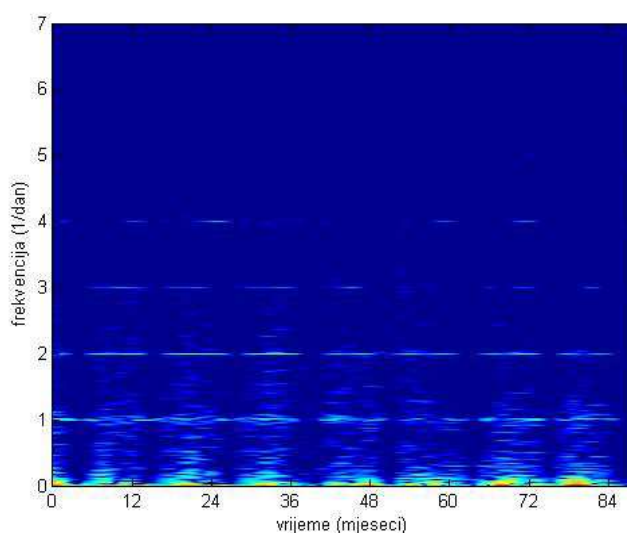
Kao što je i prikazano u konferencijskom radu sa Jahorine [9] u cilju istraživanja izvršena je primjena STFT transformacija na sirovim podacima sa automatske hidrološke stanice Mostar, signal prikazan na slici 8. Prilikom primjene vremensko-frekvencijske analize na pomenuti niz mjerenja dobijeni su karakteristični rezultati. Kao što je vidljivo sa spektrograma na slici 10. imamo pojavu tzv. karakterističnih pikova.



Slika 15. *Spektrogram podataka sa HS Mostar*

Detaljnijom analizom dobijenih rezultata ustanovljeno je da su pikovi u stvari posljedice greške mjernog uređaja u pojedinim trenucima. Naime na mjernom mjestu zabilježen je rezultat koji predstavlja mjerenja u iregularnim trenucima (nisu mjerenja na pola sata), te je takva mjerenja bilo potrebno ukloniti. Takođe prikazana vrijednost vodostaja u navedenim iregularnim trenucima je ogromna, te kao takva fizički nije moguća na navedenom mjernom profilu. Uklonjena mjerenja su data u tabeli 7. Takođe primjećeno je i mjerenje koje u regularnom trenutku ali ima ekstremno visoku vrijednost (05.09.2007;8:30;2167) , ovo mjerenje je zadržano u datoteci sa podacima. Ovakva mjerenja se mogu zamijeniti aritmetičkom sredinom vrijednosti iz trenutaka prije i poslije ovog mjerenja.

Ponovnom primjenom korigovanog niza podataka dobijamo spektrogram kao na slici 16. Značajno je pomenuti i pojavu periodičnosti na dnevnom nivou. Ova periodičnost je jasno vidljiva na slikama 10. i 11. pri čemu se takođe primjećuje da se je dnevna periodičnost nestacionarna, odnosno da zavisi od vremena.



Slika 16. *Spektrogram korigovanih podataka sa HS Mostar*

Tabela 7. *Uklonjena mjerenja*

02.01.2007;12:18;23562
 07.02.2007;4:09;2573
 07.02.2007;5:05;2573
 14.03.2007;20:01;3452
 25.05.2007;3:44;2573
 19.04.2007;11:52;12042

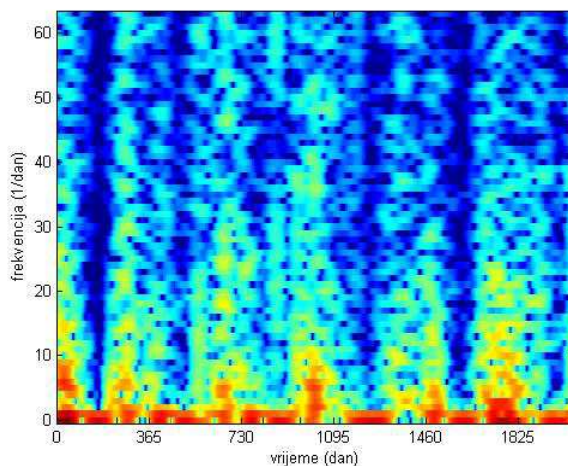
29.06.2007;19:36;3373
04.08.2007;11:27;12042
09.09.2007;3:19;2573
14.10.2007;19:10;3373
19.11.2007;11:02;23562
25.12.2007;2:53;2573
29.01.2008;18:45;3452
05.03.2008;10:36;12042
10.04.2008;2:28;2573
15.05.2008;18:19;3373
26.07.2008;2:02;2573
05.10.2008;9:45;6154
20.06.2008;10:11;23562

U ovome slučaju primjena vremensko-frekvencijskih transformacija se pokazala korisnom za otkrivanje grešaka mjernih instrumenata. [9] Istraživanjem na terenu bi se vjerovatno moglo utvrditi šta predstavljaju navedene greške, simptomatično je često pojavljivanje istih vrijednosti, npr. 2573, ali se time nisam bavila u ovome radu.

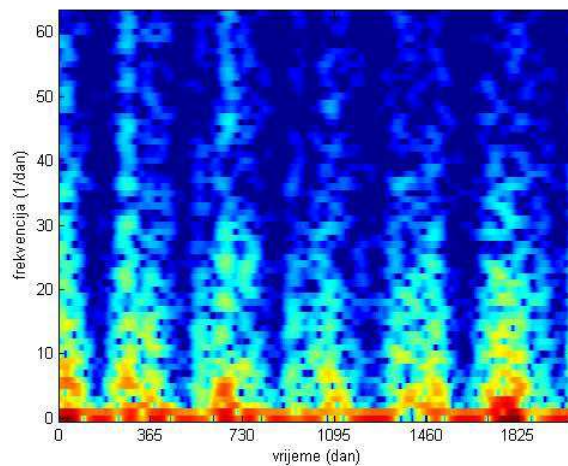
3.2 Rezultati primjene vremensko-frekvencijske analize

U ovome poglavlju biće prikazni rezultati primjene vremensko-frekvencijske analize na podatke koji su predstavljeni u poglavljima iznad. Cilj primjene vremensko-frekvencijske analize je bio da se dođe do zaključka da li je ta analiza od koristi za ovu vrstu podataka, i ako jeste koji od alata vremensko-frekvencijske analize je najbolje koristiti.

Prvo je izvršena obrada navedenih podataka primjenom STFT transformacije. Neki od rezultata te primjene prikazani su u poglavlju iznad, tj. prikazani su rezultati primjene STFT na sirove podatke sa automatske hidrološke stanice Mostar. Da bi se napravilo poređenje između rezultata primjene na „sirove podatke“ tj. podatke sa polusatnim uzrokovanjem i obrađene podatke iz hidroloških godišnjaka, podatke o srednjem dnevnom vodostaju, prikazaćemo rezultate primjene STFT na obrađene podatke. Do ovih rezultata se došlo prilikom pripreme konferencijskog rada za Jahorinu [9].



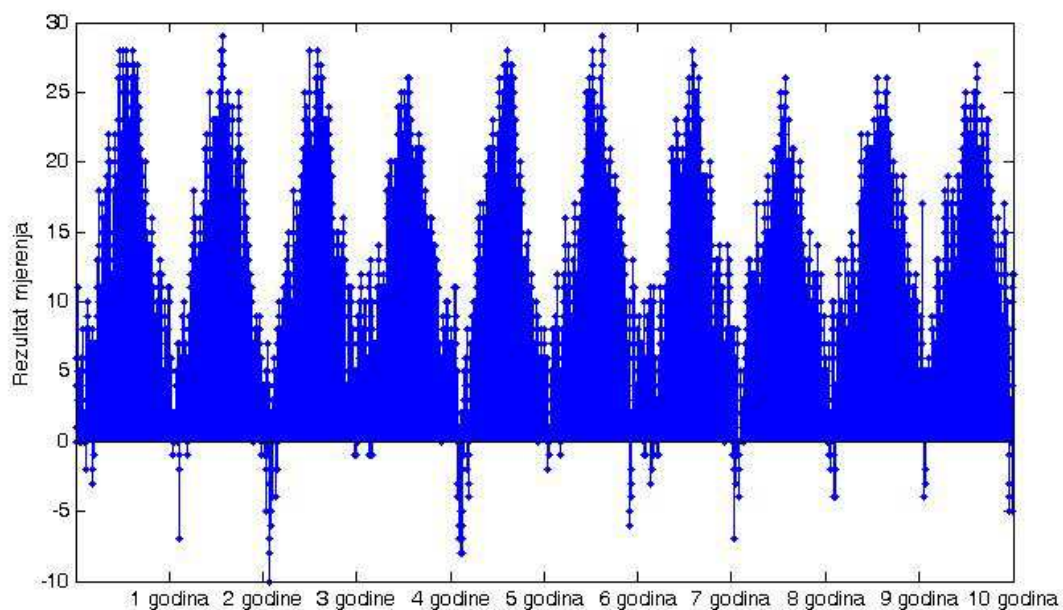
Slika 17. *Spektrogram obrađenih podataka sa HS Mostar*



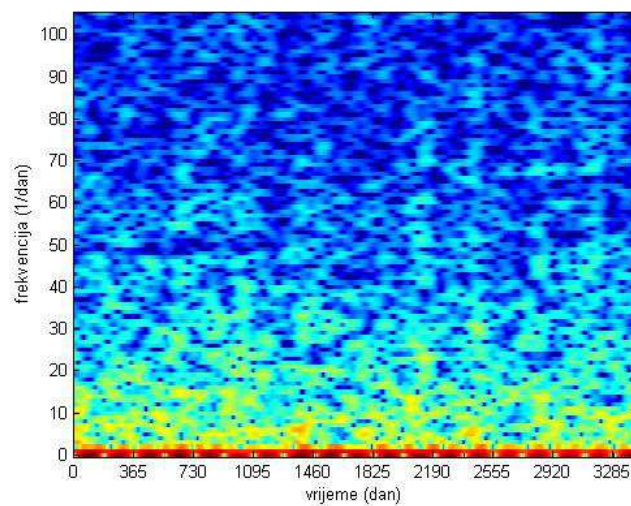
Slika 18. *Spektrogram obrađenih podataka sa HS Gabela*

Spektrogrami obrađenih podataka iz Hidrometeoroloških godišnjaka za hidrološke stanice Gabela i Mostar su dati na slikama 17. i 18. U pitanju su podaci koji prikazuju srednju dnevnu vrijednost vodostaja u toku šest godina mjerenja. Uočljiva je razlika u spektrogramu sirovih, slika 16., i obrađenih podataka iz Hidroloških godišnjaka, slike 17. i 18. . Primjetan je uticaj obrade, tj. usrednjavanja vrijednosti podataka mjerenih na svako pola sata na jednu srednju dnevnu vrijednost, na spektrogram signala. Očigledno je gubljenje detalja i informacija na spektrogramima. [9]

Radi sagledavanja ponašanja meteoroloških signala, pomoću alata vremensko-frekvencijske analize posmatran je signal koji predstavlja izmjerenu temperaturu na meteorološkoj stanici u Bileći, prikazan na slici 19. Spektar ovoga signala prikazan je na slici 20. Jasno je da meteorološki signal nije pogodan za vremensko-frekvencijsku analizu, očigledno je gubljenje detalja i u poređenju sa usrednjenim signalom vodostaja.



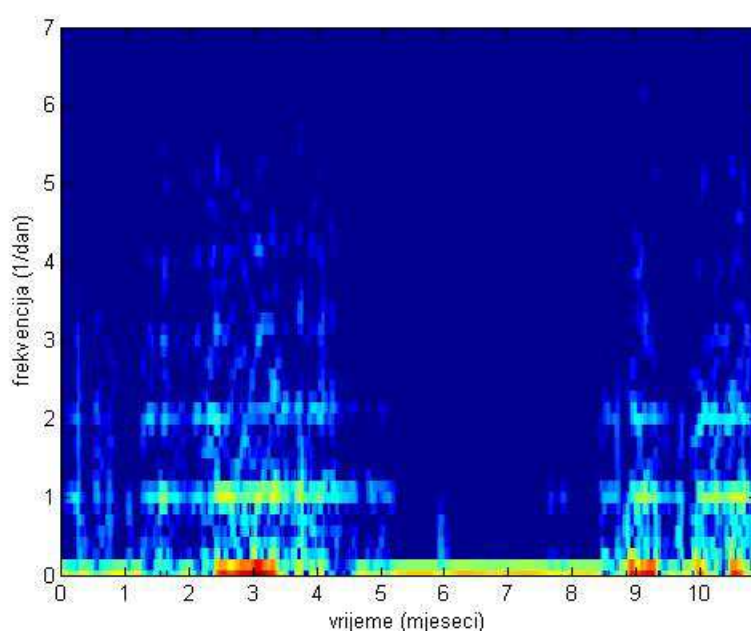
Slika 19. *Signal srednje dnevne temperature izmjerene na MS Bileća, deset godina mjerenja (1952-1961)*



Slika 20. *Spektar signala srednje dnevne temperature izmjerene na MS Bileća, deset godina mjerenja (1952-1961)*

Tokom analize dostupnih podataka došla sam do zaključka da je za vremensko-frekvencijsku analizu jako bitna konstantnost frekvencije uzrokovanja podataka, tj. da nemamo nedostaka (praznina) u dostupnim podacima, da su izmjereni podaci u kontinuitetu. Kao primjer analiziran je vodostaj izmjeren na hidrološkoj stanici HS Mostar, u intervalu od 18.01.2012-31.12.2016. godine, „sirovi podaci“ tj.podaci direktno preuzeti sa mjernog uređaja, 15-tno minuto uzrokovanje.

Pomenuti signal vodostaja je analiziran putem vremensko-frekvencijske transformacije, bez prethodnih provjera o podacima koji nedostaju i dobijeni spektar je prikazan na slici broj 21.



Slika 21. *Spektar signala sa nedostacima u mjerenju HS Mostar (2012.godina)*

Kasnijom analizom signala utvrđeno je da postoje određeni nedostaci u mjerenju. Mjerenja koja nedostaju prikazana su u tabeli broj 8.

Tabela 8. *Mjerenja koja nedostaju HS Mostar (2012. godina)*

17.4.2012;20:45;---

18.4.2012;---

20.4.2012;9:45;---

17.5.2012;16:30;---

17.5.2012;16:45;---

17.5.2012;17:00;---

17.5.2012;17:15;---
17.5.2012;17:30;---
4.6.2012;10:45;---
4.6.2012;12:00;---
4.6.2012;12:00;---
4.6.2012;21:15;---
4.6.2012;22:15;---
19.6.2012;12:15;---
19.6.2012;16:15;---
19.6.2012;19:45;---
26.6.2012;20:45;---
28.6.2012;20:30;---
28.6.2012;22:30;---
16.7.2012;12:45;---
16.7.2012;15:15;---
16.7.2012;18:45;---
16.7.2012;22:30;---
23.7.2012;14:45;---
14.8.2012;7:15;---
16.8.2012;11:00;---
16.8.2012;14:30;---
16.8.2012;17:15;---
16.8.2012;20:30;---
28.8.2012;13:15;---
28.8.2012;13:30;---
28.8.2012;13:45;---
28.8.2012;21:00;---

S obzirom na strukturu podataka koji nedostaju, odlučila sam da u slučajevima kada nedostaje samo jedno mjerenje, ono bude zamijenjeno sa aritmetičkom sredinom susjednih mjerenja. Na primjer, vrijednost mjerenja 17.04.2012 u 20:45 časova dobiće se kao: $(476+467)/2=471,5$ i uzimamo cjelobrojnu vrijednost 471. Isti postupak će se ponoviti za sva mjerenja, kod kojih imamo nedostaka u samo jednoj vrijednosti uzastopno.

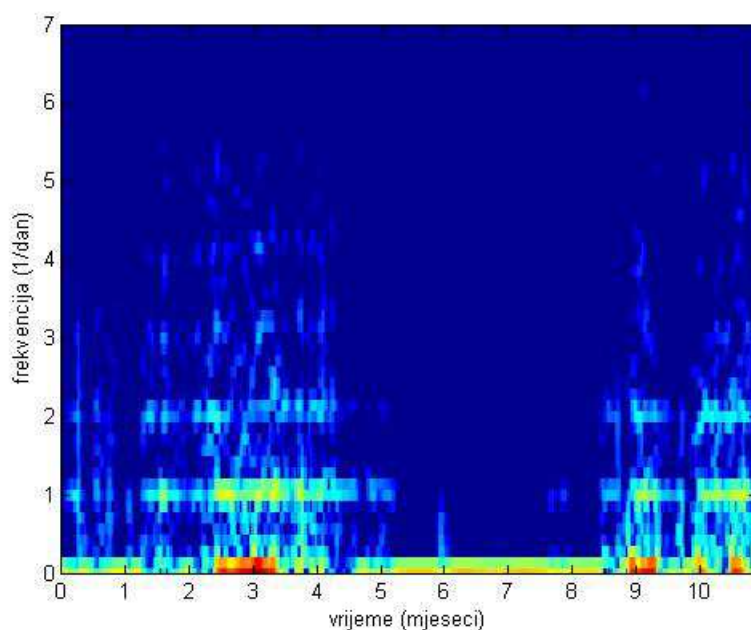
Tabela 9. *Zamjena mjerenja koja nedostaju*

17.4.2012;20:30;476

17.4.2012;20:45;---

17.4.2012;21:00;467

Problem nastaje kod zamjene više uzastopnih podataka. Pitanje je koji je najbolji način za to? Konkretno u analiziranom nizu podataka najduži niz nedostajućih podataka je pet uzastopnih vrijednosti. Jedan od načina je korišćenje neuralnih mreža, sto će da bude tema u nekom od narednih istraživanja, a to je dijelom obrađeno i u radu [12]. Za potrebe crtanja spektra ovog signala, bez nedostataka u mjerenju, više uzastopnih mjerenja su zamijenjena sa fiksnom vrijednošću u odnosu na prethodno mjerenje. Spektar signala bez praznina u mjerenju je prikazan na slici broj 22.



Slika 22. *Spektar signala bez nedostataka u mjerenju HS Mostar (2012.godina)*

ZAKLJUČAK

U ovom radu dat je kratak pregled dostupnih hidrometeoroloških podataka, sa istaknutim bitnim osobinama za digitalnu obradu. Srž analize je implementirani metod koji nam je omogućio čitanje pomenutih podataka i analizu istih tehnikama digitalne obrade. Ideja vodilja za primjenu vremensko-frekvencijske analize podataka je bila da se pokušaju uočiti karakteristična ponašanja preko vremensko frekvencijskih reprezentacija posmatranih signala. Primjena vremensko-frekvencijske analize se pokazala korisnom prilikom uočavanja grešaka na mjeranim veličinama. Međutim primjenom ovih transformacija nije uočen uzrok pojave tih grešaka, kao ni pravilo tj. pravilnost njihovog pojavljivanja. Vidan je uticaj obrade podataka , tj. usrednjavanja vrijednosti podataka mjerenih na svako pola sata na jednu srednju dnevnu vrijednost, na spektrogram signala, u prilog tome ide gubljenje detalja i informacija na spektrogramima.

Korišćenje Neuralnih mreža kod analize u radu korištenih hidrometeoroloških podataka, prikazano u radu [11] biće predmet daljih istraživanja u ovoj oblasti.

LITERATURA

- [1] LJ. Stanković, *Digital Signal Processing with Selected Topics*. CreateSpace Independent Publishing Platform, [Amazon.com](https://www.amazon.com) Company, November 4, 2015
- [2] LJ. Stanković, M. Daković, and T. Thayaparan, *Time-Frequency Signal Analysis with Applications*. Artech House, Boston, March 2013
- [3] LJ. Stanković, *Digital Signal Processing*. textbook, Naucna knjiga, Beograd 1990. II edition.
- [4] I. Orović, *Visoko koncentrisane vremensko-frekvencijske distribucije i neki aspekti primjene*, doktorska teza, Univerzitet Crne Gore, Elektrotehnički fakultet, Podgorica 2009
- [5] A. Papoulis: *Probability, random variables, and stochastic processes*, New York:McGraw Hill, 1965.
- [6] M. Vetterli, J.Kovačević, V.K. Goyal, *Foundations of Signal Processing*, Cambridge University Press, 2014
- [7] Lj. Milić, Z. Dobrosavljević, Jelena Čertić, *Uvod u digitalnu obradu signala*, Akademska misao, Beograd, 2015
- [8] B. Boashash, editor, *Time-Frequency Signal Analysis and Processing –A Comp. Ref.*, Elsevier Science, Oxford, 2003.
- [9] T. Rogač, T. Ružić, M. Daković, „Primjena vremensko-frekvencijskih transformacija na hidrometeorološke podatke“, *Infoteh*, Jahorina 2016
- [10] T. Ružić, T. Rogač, M. Brajović i M. Daković, „Digitalna obrada hidrometeoroloških podataka sa sliva rijeka Neretve i Trebišnjice“, *ETRAN*, Zlatibor, 2016
- [11] M. Daković, T. Ružić, T. Rogač, M. Brajović, and B. Lutovac, “Neural Networks Application to Neretva Basin Hydro-meteorological Data,” *13th Symposium on Neural Networks and Applications NEUREL 2016*, November 2016, Belgrade, Serbia
- [12] D. Pokrajac, N. Reljin, M. Reiter, S. Stotts, „Signal processing of St. Jones River, Delaware water level data“, *ETRAN*, Herceg Novi, 2007
- [13] Ž. Đurović, *Signali i sistemi*, Elektrotehnički fakultet Beograd, Beograd 2015
- [14] Z. Mitrović, *Vjerovatnoća i statistika*, Elektrotehnički fakultet Banja Luka, 2011
- [15] H.Hrelja, *Inženjerska hidrologija*, Univerzitet u sarajevu – Građevinski fakultet, 2007

- [16] Ram Chandra Singh, Rajeev Bhatla, "Wavelets in Meteorology," *AIP Conf. Proc.* Vol. 1463. 2012.,
- [17] Turgay Partal , "Wavelet analysis and multi-scale characteristics of the runoff and precipitation series of the Aegean region (Turkey)", *International Journal on Climatology*, 32 (2012): pp. 108–120. doi:10.1002/joc.2245,
- [18] A. Papoulis, *Signal analysis*, McGraw Hill, New York, 1977,
- [19] A. Papoulis, *The Fourier Integral and its Applications*, McGraw-Hill Companies, June, 1962,
- [20] A. Antoniou, *Digital Signal Processing: Signals, Systems, and Filters*, McGraw-Hill, New York, 2005.,
- [21] A. V. Oppenheim, W. S. Ronald , *Digital Signal Processing*, Prentice Hall, 1975.
- [22] M.Vetterli, J.Kovačević, V.K. Goyal, *Foundations of Signal Processing*, Cambridge University Press, 2014.
- [23] http://hikom.grf.bg.ac.rs/web_stranice/KatZaHidr/Predmeti/InzHidrol/predavanja2014/2014_07_STAT1.pdf
- [24] Elektrotehnički fakultet Univerziteta u Sarajevu, Vjerovatnoća i statistika, predavanja <http://people.etf.unsa.ba/~ksokolija/c/ug/pees/definicije.html>
- [25] Diskretni signali - predavanja
<http://dsp.etfbl.net/tek2/dss/Glava%20%20Diskretni%20signali.pdf>
- [26] Kontinualni signali – predavanja
<http://dsp.etfbl.net/tek2/aoks/05%20Glava%20%20Kontinualni%20signali.pdf>
- [27] Državni hidrometeorološki zavod Hrvatske, Sektor za hidrologiju, Osnovni pojmovi
<http://hidro.dhz.hr/hidroweb/pocetna/pojmovi.html>
- [28] Sajt Agencije za vodno područje Jadranskog mora, Mostar <http://www.jadran.ba/>
- [29] Sajt JU „Vode Srpske“, Bijeljina <http://www.voders.org/>
- [30] Hidrološki godišnjak 2004, Federalni hidrometeorološki zavod, „Agencija za vodno područje rijeke Save“, Sarajevo , „Agencija za vodno područje Jadranskog mora“, Mostar, Sarajevo 2007
- [31] Hidrološki godišnjak 2005, Federalni hidrometeorološki zavod, „Agencija za vodno područje rijeke Save“, Sarajevo , „Agencija za vodno područje Jadranskog mora“, Mostar, Sarajevo 2008

- [32] Hidrološki godišnjak 2006, Federalni hidrometeorološki zavod, „Agencija za vodno područje rijeke Save“, Sarajevo , „Agencija za vodno područje Jadranskog mora“, Mostar, Sarajevo 2009
- [33] Hidrološki godišnjak 2007, Federalni hidrometeorološki zavod, „Agencija za vodno područje rijeke Save“, Sarajevo , „Agencija za vodno područje Jadranskog mora“, Mostar, Sarajevo 2011
- [34] Hidrološki godišnjak 2008, Federalni hidrometeorološki zavod, „Agencija za vodno područje rijeke Save“, Sarajevo , „Agencija za vodno područje Jadranskog mora“, Mostar, Sarajevo 2012
- [35] Hidrološki godišnjak 2009, Federalni hidrometeorološki zavod, „Agencija za vodno područje rijeke Save“, Sarajevo , „Agencija za vodno područje Jadranskog mora“, Mostar, Sarajevo 2013

PRILOG 1 – PROGRAMSKI KODOVI

Učitavanje podataka iz dobijenih .txt datoteka (Naveden je program za čitanje „sirovih“ podataka preuzetih direktno sa mjernih uređaja za mjerenje vodostaja ili protoka. U ovome slučaju riječ je o podacima za vodostaj za HS Mostar za 2005-tu godinu. Podaci su smješteni u .txt datoteci „mostar_sirovi_2005.txt“. Na sličan način se očitavaju i ostali „sirovi“ podaci (sa drugih HS, za druge godine, za druge mjerne veličine,...)

```
% učitavanje podataka
ime='mostar_sirovi_2005.txt';
fp=fopen(ime, 'r');
k=0;
cmj=[];
while ~feof(fp)
    s=fgetl(fp);
    if any(s==':')
        ff=find(s==';');
        if ~isempty(ff)
            if strcmp(s(ff(end)+1:end), '---')
                %disp(s)
            else
                k=k+1;
                cmj(k)=str2num(s(ff(end)+1:end));
            end
        end
    else
        %disp(s)
    end
end
fclose(fp)
```

Kratkotrajna Fourier-ova transformacija(Računanje Kratkotrajne Fourier-ove transformacije pri čemu je datoteka sa podacima br kreirana korišćenjem prethodno navedenog koda)

```
load br;

x=br1(1:(143732-801-2935));
x=x-mean(x);

M=4320;
N=length(x);
Korak=48;
wf=hanning(M)';

k_ind=1:Korak:N-M;
S=zeros(M/2, length(k_ind));
kk=0;
for k=k_ind
    xx=x(k+(0:M-1)).*wf;
    XX=abs(fft(xx));
    XX=XX(1:M/2);
end
```

```

        kk=kk+1;
        S(:,kk)=(abs (XX) .^2)';
end

figure(1)
Sdb=10*log10(S);
[nf,nt]=size(Sdb);
tx=(0:nt-1)*(Korak)*0.5/24;
fx=(0:nf-1)/nf*1/(2*0.5/24);
mm=max(max(Sdb));
tx=tx/30.45;
imagesc(tx,fx,Sdb,mm+[-40,0])
set(gca,'Xtick',[0:12:max(tx)])
xlabel('vrijeme (mjeseci)')
ylabel('frekvencija (1/dan)')
axis([min(tx),60,0,7])
axis xy

```

SPISAK SLIKA

Slika 1. <i>Signal vodostaja u periodu od 365 dana izmjeren na hidrološkoj stanici Bačevići</i>	11
Slika 2. <i>Kontinualni signal</i>	11
Slika 3. <i>Refleksija signala</i>	13
Slika 4. <i>Translacija signala</i>	14
Slika 5. <i>Skaliranje signala: (a) originalni signal; (b) signal skaliran sa faktorom $a = 2$ i (c) signal skaliran sa faktorom $a = \frac{1}{2}$</i>	14
Slika 6. <i>Lokacije HS stanica, preuzete sa Google Earth-a</i>	46
Slika 7. <i>Signal vodostaja izmjeren na automatskoj hidrološkoj stanici Mostar, trajanje mjerenja 10 dana, frekvencija uzrokovanja: polusatno</i>	49
Slika 8. <i>Kroskorelacija signala srednjeg dnevnog vodostaja sa stanica Žitomislić i Gabela (1 godina mjerenja)</i>	51
Slika 9. <i>HS Bačevići (srednja dnevna vrijednost vodostaja za 2004, 2005, 2006, 2007, 2008 i 2009 godinu)</i>	52
Slika 10. <i>HS Gabela (srednja dnevna vrijednost vodostaja za 2004, 2005, 2006, 2007, 2008 i 2009 godinu)</i>	53
Slika 11. <i>HS Mostar (srednja dnevna vrijednost vodostaja za 2004, 2005, 2006, 2007, 2008 i 2009 godinu)</i>	53
Slika 12. <i>HS Mostar (srednja dnevna vrijednost vodostaja za 2004, 2005, 2006, 2007, 2008 i 2009 godinu)</i>	54
Slika 13. <i>Mostar, podaci sa automatske hidrološke stanice, interval: 01.01.2004.-18.01.2012, frekvencija uzrokovanja: polusatno (*postoje greške u mjerenju, ekstremne vrijednosti)</i>	54
Slika 14. <i>Mostar, podaci sa automatske hidrološke stanice, interval: 01.01.2004.-18.01.2012, frekvencija uzrokovanja: polusatno (*bez grešaka u mjerenju, tj. izostavljeni iregularni trenutci mjerenja)</i>	55
Slika 15. <i>Spektrogram podataka sa HS Mostar</i>	55
Slika 16. <i>Spektrogram korigovanih podataka sa HS Mostar</i>	56

Slika 17. <i>Spektrogram obrađenih</i>	57
Slika 18. <i>Spektrogram obrađenih</i>	58
Slika 19. <i>Signal srednje dnevne temperature izmjerene na MS Bileća, deset godina mjerenja (1952-1961)</i>	59
Slika 20. <i>Spektar signala srednje dnevne temperature izmjerene na MS Bileća, deset godina mjerenja (1952-1961)</i>	59
Slika 21. <i>Spektar signala sa nedostacima u mjerenju HS Mostar (2012.godina)</i>	60
Slika 22. <i>Spektar signala bez nedostataka u mjerenju HS Mostar (2012.godina)</i>	62

SPISAK TABELA

Tabela 1 : <i>Automatske hidrološke stanice sa sliva rijeke Neretve</i>	42
Tabela 2. <i>Primjer organizacije dijela xls datoteke (vodostaj)</i>	47
Tabela 3. <i>Primjer organizacije dijela txt datoteke (vodostaj)</i>	47
Tabela 4. <i>Podaci o meteorološkoj stanici Bileća</i>	48
Tabela 5. <i>Primjer organizacije .xls fajla srednjih dnevnih temperatura (°C) izmjerenih na MS Bileća</i>	48
Tabela 6. <i>Primjer organizacije .xls fajla dnevnih padavina (mm) izmjerenih na MS Bileća</i>	48
Tabela 7. <i>Uklonjena mjerenja</i>	56
Tabela 8. <i>Mjerenja koja nedostaju HS Mostar (2012. godina)</i>	60
Tabela 9. <i>Zamjena mjerenja koja nedostaju</i>	62